LEZIONE 38

INTRODUZIONE ALLE ONDE

Prof. Paolo Allia
52'02''
Riepilogo delle equazioni di Maxwell
Onde (concetti introduttivi)

EQUAZIONI DI MAXWELL

PER CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI DIPENDENTI DAL TEMPO.

LA SOLUZIONE DELL'INSIEME DELLE EQUAZIONI DIFFERENZIALI È UN'ONDA ELETTROMAGNETICA

Le equazioni sono quattro, come quelle per i campi statici.
In questo caso, rispetto a quelle per i campi statici, alcune equazioni risultano arricchite.
Dunque le equazioni di campi elettromagnetici dipendenti dal tempo sono:

(div è divergenza)

$$\mathrm{div}\ \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

T. di Gauss

densità di carica in un punto dello spazio

$\Rightarrow \vec{E}$ è prodotto da cariche nello spazio

(rot è rotore)

$$\mathrm{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{dt}$$

L. di Faraday-Henry-Lenz

$$\mathrm{div}\ \vec{B} = 0$$

$\Rightarrow \vec{B}$ non è prodotto da singole cariche magnetiche, che non esistono; esistono i dipoli magnetici. Il campo B è SOLENOIDALE. Le linee di flusso di B sono sempre chiuse. Quelle di E nascono e terminano da cariche

$$\mathrm{rot}\ \vec{B} = \mu_0 j + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

aggiunta x dinamicità

eq. invariate rispetto ai campi statici

Le eq. sono accoppiate, per cui bisogna parlare di campo elettromagnetico, perché la presenza di un campo dipendente dal tempo implica che esiste l'altro campo dipendente dal tempo.

$\vec{E}$ È PRODOTTO DA CARICHE NELLO SPAZIO.

$\vec{B}$ NON È PRODOTTO DA SINGOLE CARICHE MAGNETICHE, CHE NON ESISTONO. B È SOLENOIDALE E LE LINEE DI FLUSSO DI B SONO SEMPRE CHIUSE.

LE SORGENTI DEL CAMPO B NON SONO DELLE CARICHE MA SONO DELLE CORRENTI.

LA PRESENZA DI DERIVATE PARZIALI CI PERMETTE DI DIRE CHE $\vec{E}$ È PRODOTTO NON SOLO DA CARICHE MA ANCHE DA VARIAZIONI NEL TEMPO DEL CAMPO MAGNETICO (da $rot\,\vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$)

IL CAMPO $\vec{B}$ NON È PRODOTTO SOLTANTO DA CORRENTI STAZIONARIE O NO, MA È ANCHE PRODOTTO DA VARIAZIONI EVENTUALI NEL TEMPO DEL VETTORE CAMPO ELETTRICO $\vec{E}$ IN UNA CERTA REGIONE DELLO SPAZIO CHE

$rot\,\vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \; \partial\vec{E}/\partial t$)

C'È UN ASPETTO DI SIMMETRIA PARZIALE, IL ROTORE DI $\vec{E}$ È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI B; IL ROTORE DI $\vec{B}$ È PROPORZIONALE ALLA VARIAZIONE DI $\vec{E}$.

CI SONO DELLE DIFFERENZE, LE DIVERGENZE SONO DIVERSE.

IL ROTORE DI B NON È SOLO PROPORZIONALE ALLA DERIVATA DI $\vec{E}$ MA C'È ANCHE UN TERMINE RICORRENTE.

UNA IMPORTANTE DIVERSITA' È IL SEGNO MENO NELL'EQUAZIONE DEL ROTORE DI E, CHE RAPPRESENTA LA LEGGE DI LENZ.

POI L'ANALOGA EQUAZIONE, IL ROTORE DI B NON HA UN SEGNO MENO MA UNA MOLTIPLICAZIONE PER $\varepsilon_0 \mu_0$. QUESTA MANCANZA DI SIMMETRIA AVRÀ UN SIGNIFICATO MOLTO PRECISO.

Le equazioni di Maxwell sono una descrizione della natura e permettono di conoscere campi elettrici e magnetici dipendenti dal tempo, ad ogni istante di tempo e in ogni regione dello spazio fissate le condizioni iniziali e quelle conosciute al contorno.

12'06"

L. 39.2

LE EQUAZIONI DI MAXWELL NEL VUOTO

COMPLETE, PER CAMPI DIPENDENTI DAL TEMPO

$$\nabla \underset{\text{scalare}}{\cdot} \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Questo set di equazioni ammette come soluzioni campi elettrici e magnetici che in realtà descrivono onde che si propagano nello spazio con una certa velocità.

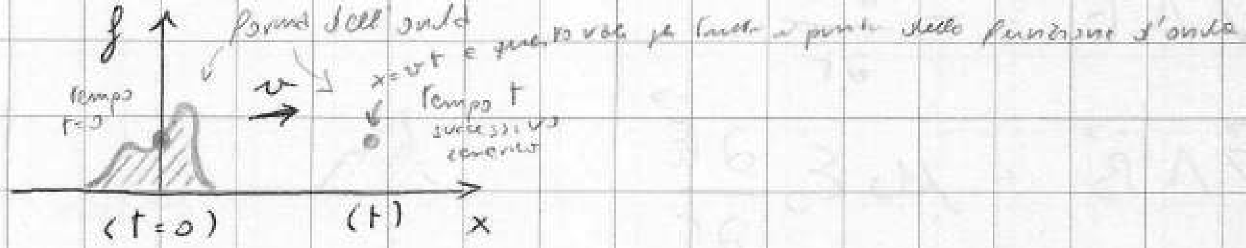
ONDE

Il concetto di onda implica la presenza di una dipendenza di una certa funzione di variabili reali, nello spazio e del tempo secondo una legge di correlazione molto stretta.
Un'onda è una perturbazione che si propaga nello spazio con una certa velocità.
Nel caso generale la perturbazione rappresentata dall'onda si propaga indeformata. Durante il suo tragitto non ne viene modificata né l'ampiezza (intensità), né la forma.
Nei casi reali ci potranno comunque essere delle modifiche.
Tipicamente un'onda è descritta nello spazio, in tre dimensioni, più la dimensione temporale ovvero l'andamento con il tempo.

La trattazione sarà per casi unidimensionali.

RAPPRESENTAZIONE ANALITICA DI UN'ONDA

È la rappresentazione di un qualcosa che si sposta nello spazio con una certa velocità.

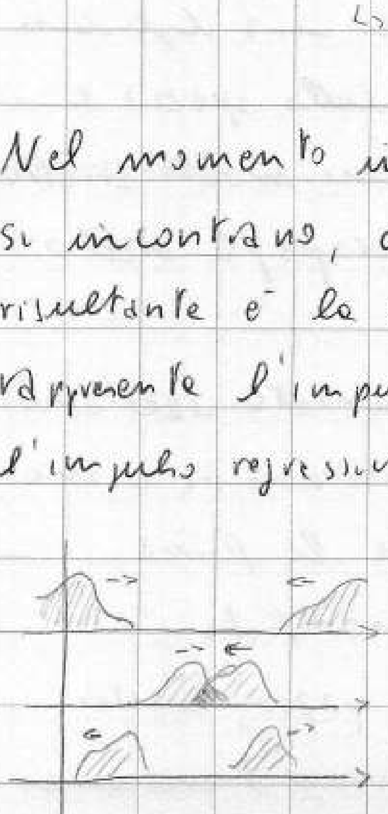


t=0 $y = f(x)$ funzione che descrive la curva

La funzione si è spostata lungo x con una certa velocità di modulo v.
Si è cioè verificata una traslazione sull'asse x e la rappresentazione analitica ad un tempo successivo è:

t $y = f(x-vt)$
↳ spostamento a dx →, onda progressiva
↳ col + ⇒ spostamento a sx ←, onda regressiva

Nel momento in cui un'onda progressiva e un'onda regressiva si incontrano, c'è sovrapposizione di effetti e la funzione risultante è la somma punto per punto della funzione che rappresenta l'impulso progressivo con la funzione che rappresenta l'impulso regressivo. Genericamente un'onda più un'altra onda formano una terza onda, le onde si sommano perché soddisfano equazioni di tipo lineare.



L.38.4

RAPPRESENTAZIONE DI ONDE UNIDIMENSIONALI

$$S(x,t) = \underbrace{f_1(x-vt)}_{\text{contributo progressivo}} + \underbrace{f_2(x+vt)}_{\text{contributo regressivo}}$$

un onda come somma di un onda progressiva con un onda regressiva

Una qualsiasi perturbazione di tipo ondoso funzione dello spazio e del tempo è rappresentabile come combinazione lineare di un contributo di tipo progressivo più un contributo di tipo regressivo.
L'argomento delle funzioni è dipendente dallo spazio e dal tempo secondo una legge ben precisa, formalizzata come $x \pm vt$, x è la posizione, v è la velocità dell'onda e t è il tempo.

Fisicamente tali fenomeni possono essere quelli di una corda di chitarra oppure la propagazione in un solido colpito in un punto e l'effetto che si sente a distanza, sono onde di tipo elastico. Lo sono anche le onde sonore, perturbazione delle molecole del mezzo di propagazione. Lo sono onde superficiali in liquido, una goccia che cade in un liquido in quiete è produttrice di un onda che si propaga all'interfaccia di un liquido con un gas.
La perturbazione ha caratteristica cinematica.
Le velocità in prima approssimazione sono costanti.
Altri esempi sono la propagazione della compressione di una molla, oppure la compressione di un gas per cui la compressione si sposta nello spazio con una certa velocità e ancora una forza di tipo sinusoidale ad una corda che si deforma e la deformazione spostamento verticale si sposta con una certa velocità.

1 22 5

Le onde elettromagnetiche viste come soluzioni delle equazioni di Maxwell appartengono a questa categoria ma ~~hanno~~ costituiscono un gruppo a parte.

Gli esempi precedenti implicavano un mezzo di propagazione, un gas o il materiale stesso e l'onda si propaga per la presenza del mezzo; il suono non si propaga nel vuoto perché manca il mezzo di propagazione.

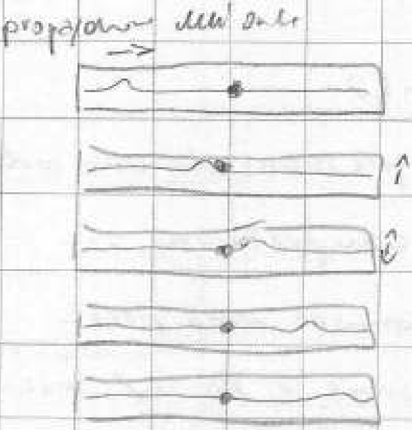
Le onde elettromagnetiche si differenziano dalle onde elastiche in quanto non hanno necessità di un mezzo fisico, materiale all'interno del quale propagarsi.

Le onde elettromagnetiche si propagano nei mezzi materiali e nel vuoto.

Lo studio iniziale sarà proprio la perturbazione nel vuoto.

Ma cosa trasporta un'onda? Essa è qualcosa che si sposta [illegible] nello spazio. Un'onda rappresenta una perturbazione in moto nello spazio. Quindi c'è [illegible] movimento di qualche cosa.

L'onda non trasporta materia.



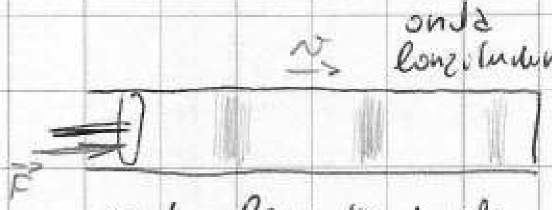
Un punto materiale durante un passaggio di un'onda si è mosso, ma non nel verso di spostamento dell'onda, ma perpendicolarmente. Il punto si sposta verso l'alto e poi di nuovo verso il basso.

In questo caso l'unico tipo di movimento del mezzo materiale in cui l'onda cammina è un movimento

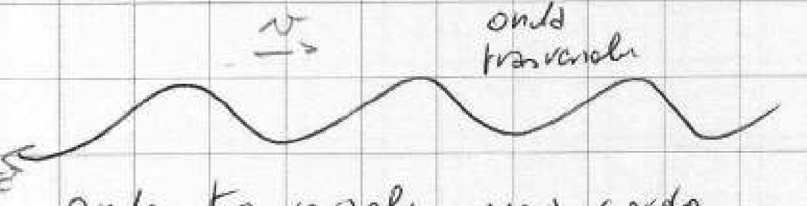
mare che presenta
corrugazione di
tipo ondulato 45' 30''

in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione dell'onda.
IN GENERALE L'ONDA NON TRASPORTA MATERIA MA TRASPORTA ENERGIA E QUANTITÀ DI MOTO.
UN'ONDA NON TRASPORTA SOLO GRANDEZZE MECCANICHE, MA PORTA ANCHE INFORMAZIONE.

Ci sono due tipi di perturbazioni associate all'onda. Quando ciò che oscilla lo fa in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione ~~dell'onda~~ della perturbazione si parla di onde trasversali, come quelle di una corda. Quando ciò che oscilla lo fa in direzione parallela a quella di propagazione della perturbazione si parla di onde longitudinali



onde longitudinali
un pistone (sistema gassoso) o una
molla → spostamento
della compressione del gas



onde trasversali, una corda
(LO SPOSTAMENTO DELLA CORDA DALLA POSIZIONE DI EQUILIBRIO AVVIENE SU UN PIANO BEN PRECISO.
Questo perché la forza agisce sempre sullo stesso piano (↑)

Nel caso di onde trasversali è opportuno identificare il piano di vibrazione della materia che costituisce il mezzo entro il quale l'onda si propaga.
L'onda trasversale come nel caso della corda è detta onda polarizzata e polarizzata in un piano rettilinearmente.
Se si considera una corda alla quale la forza viene applicata

1 32.7

su piani casuali allora si parla di onda non polarizzata.
Il concetto di polarizzazione di un'onda trasversale è molto importante.
Un'onda polarizzata piana è un'onda nella quale lo spostamento della posizione di equilibrio avviene sempre sul medesimo piano.

Nella prossima lezione vedremo come le onde elettromagnetiche possono essere fatte derivare dalle eq. di Maxwell nel vuoto.

L.38.8

LEZIONE 39

EQUAZIONE DELLE ONDE; ONDE ELETTROMAGNETICHE

Prof. Paolo Allia
50'06''
Equazioni delle onde (eq. differenziale che descrive la propagazione)
Soluzioni armoniche
Onde elettromagnetiche (che possono derivare dalle eq. di Maxwell nel vuoto)

Nella scorsa lezione abbiamo introdotto il concetto cinematico di onda definendo onda come una perturbazione che si propaga attraverso un mezzo con velocità costante v.

Abbiamo visto come una funzione arbitraria dell'argomento $x \pm vt$ rappresenta un'onda che si propaga verso destra (segno −) e verso sinistra (segno +) lungo un asse x.

Abbiamo parlato di onde $\overset{\text{CORDA}}{\text{trasversali}}$ e $\overset{\text{molla}}{\text{longitudinali}}$.

EQUAZIONI DELLE ONDE

$$S(x,t) = f(x \pm vt)$$

↳ S può rappresentare un campo di densità di molecole ecc ha significato generale dipendente dal mezzo

Si dimostra che questo tipo di funzione caratteristica è soluzione di una particolare equazione differenziale, alle derivate parziali che va sotto il nome di equazione unidimensionale delle onde. L'equazione è:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$$ che è l'eq. delle onde

sia $u = x \pm vt$

derivate parziali prime

derivata parziale prima

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{dS}{du}\cdot\overset{\pm v}{\frac{\partial u}{\partial t}} = \pm v\frac{dS}{du} \qquad \Bigg| \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \pm v$$

derivata parziale seconda rispetto al tempo

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{d}{du}\cdot\frac{\partial u}{\partial t} \Rightarrow \pm v\frac{d}{du}\left[\pm v\frac{dS}{du}\right] = v^2\frac{d^2S}{du^2}$$

Comportamento del secondo membro dell'equazione:

derivata prima rispetto allo spazio

$$\frac{\partial S}{\partial x} = \frac{dS}{du}\cdot\overset{1}{\boxed{\frac{\partial u}{\partial x}}} = \frac{dS}{du} \qquad \Bigg| \qquad \frac{\partial u}{\partial x} = 1$$

derivata seconda rispetto allo spazio

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{d}{du}\cdot\frac{\partial u}{\partial x} \Rightarrow \frac{d}{du}\left[\frac{dS}{du}\right] = \frac{d^2S}{du^2}$$

L'equazione scritta rappresenta dunque la propagazione di una perturbazione di tipo ondoso.

EQUAZIONE DELLE ONDE

$$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = \bigcirc\!\!\!\!v^2\,\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$$

→ è la costante che proporziona

Soluzione generale:

$$S(x,t) = f_1(x-vt) + f_2(x+vt)$$

comb. lin. qualsiasi di funzioni arbitrarie

Dunque le funzioni delle onde

Dunque le soluzioni della equazione delle onde sono funzioni arbitrarie aventi argomento $x \pm vt$.

SOLUZIONE ARMONICA

è una particolare soluzione

È basata sull'adozione di funzioni armoniche come seno e coseno. È dimostrabile che una soluzione particolare della equazione delle onde è la seguente:

$$S(x,t) = a \sin[k(x \underset{\uparrow}{-} vt)]$$

equivalente alla prova di +

Le derivate rispetto a x

I° $$\frac{\partial S}{\partial x} = ka \cos[k(x-vt)]$$

II° $$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -k^2 a \sin[k(x-vt)]$$

Le derivate rispetto al tempo

I° $$\frac{\partial S}{\partial t} = -a \cos[k(x-vt)]\, v k$$

II° $$\frac{\partial^2 S}{\partial t^2} = -a(-\sin[k(x-vt)](-kv)\, v k =$$

$$= -a k^2 v^2 \sin[k(x-vt)]$$

Questa funzione è una soluzione effettiva della equazione delle

1 38 3

onde perché la derivata seconda rispetto allo spazio è uguale alla derivata seconda rispetto al tempo a meno del termine v^2 e quindi

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 s}{\partial x^2}$$

per cui l'equazione delle onde è soddisfatta da questa particolare soluzione e da soluzioni altre, ad esempio col coseno al posto del seno.

Questa particolare soluzione viene chiamata soluzione armonica, come di seguito riportata, in forma generale lievemente diversa:

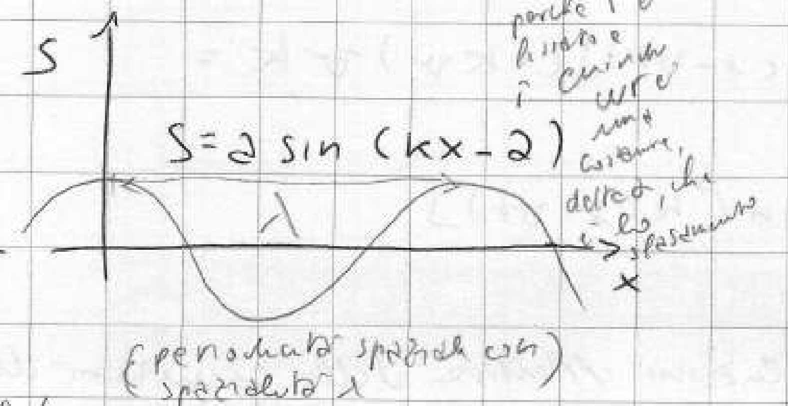
SOLUZIONE ARMONICA

$$s(x,t) = a \sin(kx - \omega t) + b \sin(kx + \omega t)$$

$$\text{con} \quad v = \frac{\omega}{k}$$

$a \neq b$ sono ampiezze

La rappresentazione grafica di una funzione armonica, fatta separatamente per il tempo (fissato) e lo spazio

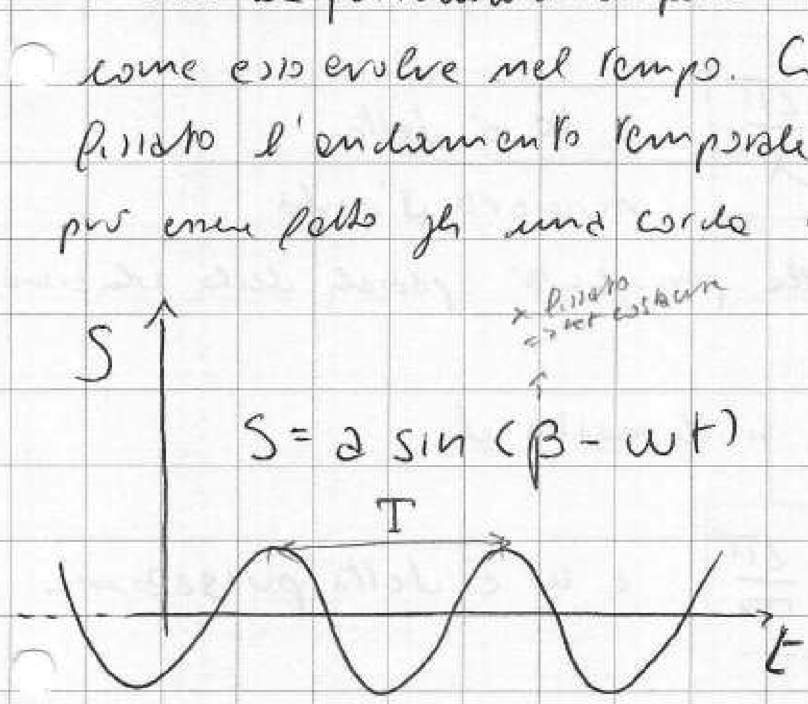


(periodicità spaziale con spazialità λ)

La distanza tra due massimi consecutivi viene chiamata lunghezza d'onda λ della sinusoide

L.39.4

Vediamo la periodicità temporale fissando un punto e vedendo come esso evolve nel tempo. Come ad esempio, ad x fissato l'andamento temporale della soluzione armonica, può essere fatto su una corda che viene fatta ondeggiare



La distanza fra due massimi consecutivi di questa funzione viene chiamata periodo temporale T dell'onda

Si definisce **frequenza** $\nu = \frac{1}{T}$, l'inverso del periodo.

IL SIGNIFICATO DEI PARAMETRI DEL FENOMENO ONDULATORIO ARMONICO, in particolare di k.

$$S = a \sin(kx - \omega t)$$

$$x' = x + \lambda$$

$$S = a \sin(kx + k\lambda - \omega t) \equiv a \sin(kx - \omega t)$$
ad ogni istante di tempo

La funzione d'onda S rimane costante, l'onda è la stessa anche ~~p~~ nel punto x'.
L'uguaglianza sopra implica che

$k\lambda = 2\pi$, solo in questo caso il seno dei due argomenti coincide

1 33 5

Quindi

$$K\lambda = 2\pi \Rightarrow \boxed{K = \frac{2\pi}{\lambda}}$$ e K è detta numero d'onda

K è dunque una misura della periodicità spaziale della soluzione.

Con dimostrazione analoga, si dimostra che

$$\omega T = 2\pi \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}}$$ e ω è detta pulsazione

Quindi K e ω sono rispettivamente delle misure della periodicità spaziale e temporale dell'onda

SOLUZIONE ARMONICA: PARAMETRI

30'20"

$$S(x,t) = \underset{\text{ampiezza, intensità della perturbazione}}{\underset{\downarrow}{a}} \cdot \sin(K \cdot x - \omega t)$$

$K = \frac{2\pi}{\lambda}$ — periodicità spaziale, numero d'onda

$\omega = 2\pi\nu$ — periodicità temporale, pulsazione

$K = [m^{-1}]$

$\omega = [s^{-1}]$

ONDE ELETTROMAGNETICHE

COME SOLUZIONE DELLE EQUAZIONI DI MAXWELL.

Il calcolo è fatto nel vuoto.

Quindi ricordiamo le equazioni di Maxwell, nel vuoto:

L 38.6

EQUAZIONI DI MAXWELL

$$\underbrace{\nabla \cdot \vec{E}}_{\mathrm{div}\,\vec{E}} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\underbrace{\vec{\nabla} \wedge \vec{E}}_{\mathrm{rot}\,\vec{E}} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

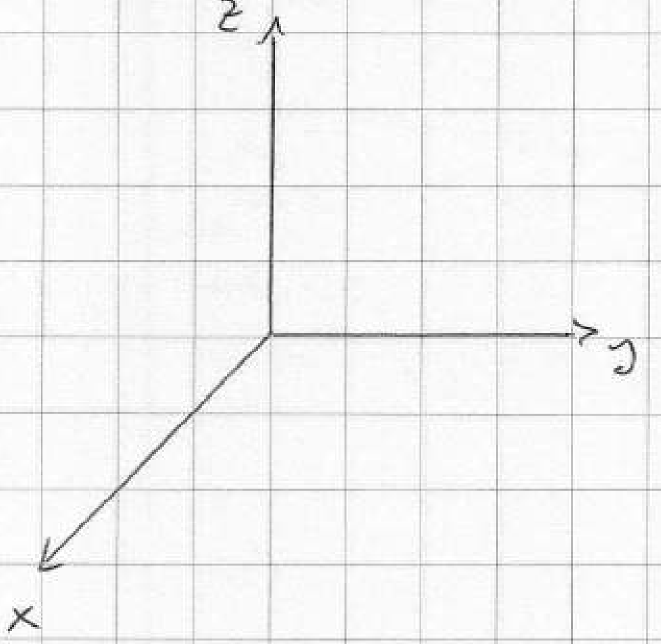
Le definizioni di divergenza e rotore sono:

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

A_x = componente x del vettore A

$$\mathrm{rot}\,\vec{A} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{j} +$$

$$+ \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{k}$$



Cerchiamo soluzioni delle equazioni di Maxwell per cui il campo elettrico $\vec{E}$ nel sistema di riferimento considerato sia diretto sempre e soltanto lungo y, abbia dunque soltanto una componente y:

$$\vec{E} \Rightarrow \overset{\uparrow}{E_y}$$ e analogamente

componente y di E

$$\vec{B} \Rightarrow B_z$$ cioè $\vec{B}$ è sempre diretto lungo z.

1) $\boxed{\frac{\partial E_y}{\partial y} = 0}$ 2) $\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial z} = 0}$

Se B_z dipende dal tempo allora esiste una E_y che dipende dallo spazio e dal tempo

3) $$\underbrace{\frac{\partial E_y}{\partial x} - \cancel{\frac{\partial E_x}{\partial y}}}_{\text{componente z del rotore}} \underset{\downarrow}{=} \boxed{\frac{\partial E_y}{\partial E_x} = - \frac{\partial B_z}{\partial t}} \quad e \quad \boxed{\frac{\partial E_y}{\partial z} = 0}$$!

coincidono

componente spaziale della componente y di E

componente temporale della z di B

Se esiste E_y esiste B_z che si modifica nello spazio.

questa componente x del campo è nulla

4) $$\underbrace{\cancel{\frac{\partial B_x}{\partial z}} - \frac{\partial B_z}{\partial x}}_{\text{componente y del rot.}} = \boxed{- \frac{\partial B_z}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}} \quad e \quad \boxed{\frac{\partial B_z}{\partial y} = 0}$$

Le altre due componenti delle eq. di Maxwell, la x e la z sono ancora una volta [illegible], non danno informazioni, tranne

Si può notare che B_z, che è la componente z del campo magnetico B, non dipende dalla posizione lungo z, non dipende dalla posizione lungo y, ma ancora una volta si può modificare con x se esiste un campo elettrico dipendente dal tempo

L 33.8

La 3) e la 4) accoppiate ci dicono che questa interdipendenza del campo elettrico e del campo magnetico provoca una dipendenza coerente di entrambe le grandezze lungo l'asse x. Una dipendenza coerente, ovvero una perturbazione che ha le caratteristiche di propagazione ondosa.

Si dimostra questo derivando la 3) e la 4); la 3) rispetto allo spazio e la 4) al tempo; valendo l'uguaglianza, essa permane con le derivate.

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t}$$

d. seconda mista di Bz

$$-\frac{\partial^2 B_z}{\partial x \partial t} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

d. seconda di Ey rispetto al tempo

Da cui

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

e questa è l'equazione delle onde vista in precedenza in una forma affine

Quanto abbiamo ottenuto per il campo elettrico lo possiamo ottenere per il campo magnetico invertendo l'ordine delle derivazioni, derivando prima rispetto al tempo la 3) e poi rispetto allo spazio la 4) ottenendo la medesima equazione per Bz.

Quindi le equazioni di Maxwell danno luogo alle equazioni delle onde, che sono onde elettromagnetiche

1 39.9

EQUAZIONI DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA

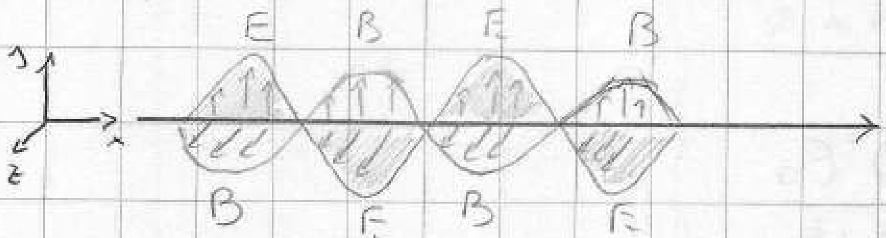
VALIDE IN CASI GENERICI

possiamo eliminare questo v^2, ovvero il quadrato della velocità dell'onda magnetica.

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \boxed{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2}$$

Il risultato ottenuto: i campi elettrici e magnetici soluzioni delle equazioni di Maxwell.



E è diretto lungo y e B è diretto lungo z. x è la direzione lungo la quale sia E che B variano, è la direzione di propagazione.

Il campo elettrico vibra sempre in un piano verticale, xy; il campo magnetico vibra sempre in quello xz e quindi E e B sono perpendicolari tra di loro e ciascuno di questi è perpendicolare alla direzione di propagazione. Si tratta chiaramente di un'onda trasversale la cui quantità che vibra, vibra perpendicolarmente alla direzione di propagazione.

VELOCITA' DELLA LUCE NEL VUOTO

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \underset{\substack{\parallel \\ V \\ C \\ \parallel}}{v} = c$$

questo risultato ci permette di dire che la luce è un'onda elettromagnetica.

$c = 2.997924502 \cdot 10^8$ m/s

L. 38.10

LEZIONE 40

PROPRIETÀ DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

Prof. Paolo Allia
52'02''
Proprietà delle onde elettromagnetiche
Velocità della luce in un mezzo
Soluzioni armoniche delle onde elettromagnetiche
Densità di energia delle onde elettromagnetiche
Intensità delle onde elettromagnetiche
Vettore di Poynting associato a un'onda elettromagnetica

Nella scorsa lezione abbiamo provato come le equazioni di Maxwell si trasformano in una coppia di equazioni per il campo elettrico E, per il campo magnetico B, che altro non sono che le equazioni delle onde.

EQUAZIONI DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA

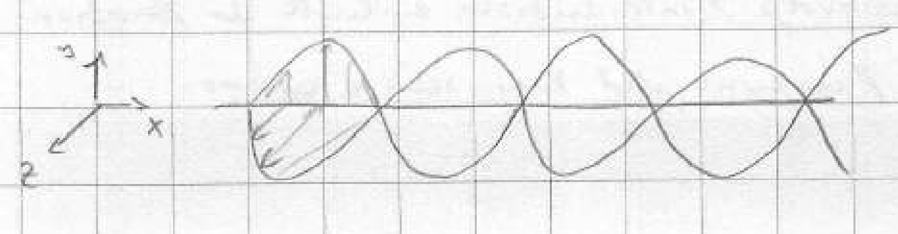
CON CARATTERISTICHE DI EQ. DI ONDA

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} \quad \text{con} \quad \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = v \equiv c$$

$$\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2}$$

VELOCITÀ DELLA LUCE NEL VUOTO

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = v \equiv c$$



IL LEGAME TRA μ_0 E ε_0

Il loro prodotto è pari all'inverso del quadrato della velocità della luce.
Una delle due costanti (μ_0) può essere definita in modo arbitrario, ma non l'altra.

LA VELOCITÀ DELLA LUCE IN UN MEZZO MATERIALE

$$\varepsilon_0 \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$$

↳ numero puro, la costante dielettrica relativa

$$\mu_0 \Rightarrow \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$$

↳ numero puro, la permeabilità magnetica relativa

Si dimostra che le equazioni di Maxwell all'interno di mezzi materiali possono essere poste sotto la forma delle equazioni delle onde per i campi elettrico e magnetico correlati, onde che si propagano con una velocità v, diversa da c, pur avendo la stessa struttura:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} \quad ; \text{ si introduce } \quad n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \sqrt{\varepsilon \mu}$$

ovvero

$$n = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r}$$

↳ numero puro in quanto rapporto tra due velocità

Il rapporto $c/v = n$ è detto indice di rifrazione del mezzo.

L'ASPETTO FORMALE DELLA SOLUZIONE ARMONICA delle onde elettromagnetiche

La soluzione armonica coinvolge l'introduzione esplicita di funzioni armoniche e quindi di funzioni del tipo seno e coseno.

Allora la soluzione armonica per i campi elettrico e magnetico è di questo tipo:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$$

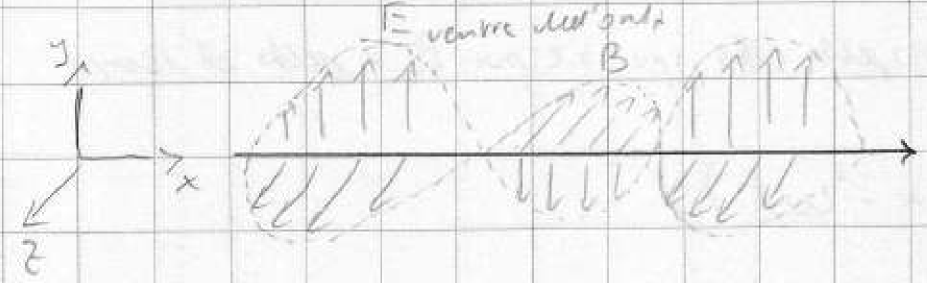
↳ costante; è l'oscillazione del campo

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$$

↳ costante; è l'ampiezza

Soluzione armonica; si tratta di un campo elettrico e un campo magnetico che vibrano in fase e su direzioni perpendicolari, ovvero su piani ⊥

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \omega = 2\pi \cdot \nu \qquad \frac{\omega}{k} = c$$



Tra E_0 e B_0 esiste una relazione.

Il campo elettrico e il campo magnetico di una onda elettromagnetica sono strettamente correlati perché vibrano con la stessa frequenza, con la medesima fase e con ampiezze che non sono uguali (anche perché le dimensioni di E e di B sono diverse) ma sono correlate strettamente.

CORRELAZIONE TRA E e B

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Consideriamo l'equazione scritta, ovvero la componente E_y è uguale a meno la variazione temporale della componente z del campo B, unica componente che sopravvive nella situazione analizzata.

La relazione vale anche in un caso più generale, cioè

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{dove } E = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$\text{e } B = B_0 \sin(kx - \omega t)$$

NON SONO STATI ESPLICITATI I SEGNI DI VETTORE IN QUANTO E e B SONO ORTOGONALI TRA DI LORO E VIBRANO IN FASE. SONO SU PIANI ORTOGONALI TRA DI LORO. SAPENDO GIA' TUTTO SULLE COMPONENTI DIREZIONALI DI E e B CONSIDERIAMO LE RELAZIONI TRA I MODULI.

Introducendo le due espressioni nell'equazione considerata possiamo ottenere informazioni sulle ampiezze dei campi E_0 e B_0.

Dunque deriviamo E rispetto allo spazio e poi B rispetto al tempo

$$\frac{\partial E}{\partial x} = E_0 k \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -B_0 \omega \cos(kx - \omega t)$$

Dove dunque vale la relazione:

$$E_0 k \cancel{\cos(kx - \omega t)} = B_0 \omega \cancel{\cos(kx - \omega t)}$$

$$\boxed{E_0 = \frac{\omega}{k} B_0 = c \cdot B_0}$$

E_0 e B_0 sono proporzionali l'un con l'altro e la costante di proporzionalità è la velocità della luce c

Visto che le espressioni $E = E_0 \sin(\quad)$ e $B = B_0 \sin(\quad)$ valgono istante per istante e punto per punto dello spazio evidentemente la stessa relazione vale proprio per il campo magnetico e il campo elettrico visti come funzioni dello spazio e del tempo.

Dunque la relazione più generale che possiamo scrivere è

$$\boxed{E = c\,B}$$

è una relazione tra moduli, non tra vettori essendo questi ortogonali tra loro

Essendo c un valore molto alto, gli effetti maggiori della radiazione luminosa sulla materia saranno gli effetti del campo elettrico.

Dato un certo campo elettrico associato a un'onda magnetica, il campo magnetico ad esso associato è molto debole.

Questo vuol dire che la componente principale ai fini della interazione della radiazione elettromagnetica con la materia è la componente elettrica. È questa che esercita la più intensa forza sulla materia.

Un'onda elettromagnetica è un campo elettrico e magnetico che vibra e si sposta nello spazio quindi se giunge in una regione occupata dalla materia e da sistemi non neutri, tipicamente elettroni e protoni, evidentemente sia il campo elettrico che quello magnetico associato all'onda esercitano delle forze sulle cariche che compongono la materia e sulle correnti, ovvero le cariche in moto che descrivono in qualche modo lo stato stazionario della materia.

Le forze elettriche sono più efficaci di quelle magnetiche in un'onda elettromagnetica.

1.60.5

Questo spiega perché si fa spesso riferimento alla propagazione del campo elettrico e non di quello magnetico.
Si riferisce tutto al campo elettrico, che è quello efficace.
Il campo E nell'esempio visto è un'onda polarizzata progressiva nel piano xy come lo è B nel piano xz.

DENSITA' DI ENERGIA DELLE ONDE ELETTROMAGNETICHE

Un'onda elettromagnetica trasporta energia, che è la capacità di compiere un lavoro
Poiché un'onda elettromagnetica è definita in tutto lo spazio, ed è illimitata, ha senso parlare di densità di energia di un'onda elettromagnetica come avevamo parlato di densità di energia del campo elettrico e del campo magnetico.
È usando proprio queste formule che ricaveremo la densità di energia delle onde elettromagnetiche.

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$ dall'analisi di un condensatore

J/m^3

$$u_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$ da un solenoide rettilineo indefinito

d. di energia del campo magnetico

d. di energia del campo elettrico

$$E = c\,B$$ VALE SOLO PER CAMPI ELETTRICI E MAGNETICI DI UN'ONDA ELETTROMAGNETICA, NON VALE PER CAMPI STATICI

$$\underset{d.}{u_{em}} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}\frac{E^2}{\underset{= \frac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}{c^2}} =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2} + \underbrace{\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2} = \varepsilon_0 E^2$$

1.40.6 I DUE CONTRIBUTI SONO GLI STESSI

L'energia è equipartita nella componente elettrica e quella magnetica.
Quindi l'energia di un'onda elettromagnetica è:

$$u_{em} = \varepsilon_0 E^2$$

↳ modulo al quadrato di E.

DENSITÀ DI ENERGIA DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA

da slide
@ 38'07"

$$w = \frac{dW}{\underbrace{dV}_{\text{unità di volume}}} = \varepsilon_0 E^2$$

definita sempre positiva o nulla

INTENSITÀ DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA

Un'onda elettromagnetica trasporta densità di energia. Se un'onda elettromagnetica incide per un certo tempo su una superficie, ci sarà un certo flusso di energia attraverso la superficie.
Il flusso di energia attraverso la superficie unitaria, quindi per unità di superficie, per un tempo unitario, per unità di tempo viene definito intensità di un'onda.

$$I = v u$$

↳ densità dell'energia dell'onda trasportata dall'onda
↳ velocità dell'onda generica

Nel caso di onde elettromagnetiche, nel vuoto, abbiamo:

1 40.7

$$I = c\, u_{em} = c\, \varepsilon_0\, E^2$$

IL CAMPO ELETTRICO È FUNZIONE DEL TEMPO E DELLO SPAZIO E QUINDI I È FUNZIONE DEL TEMPO

Ha senso chiedersi se si può parlare di una intensità media

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(kx - \omega t)$$

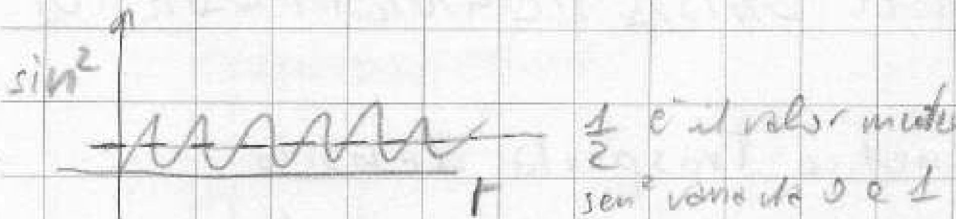
il campo elettrico ha questa forma se siamo interessati a una soluzione di tipo armonico.

$$I = c\, \varepsilon_0\, E_0^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

cerchiamo un valor medio temporale; ci poniamo in un punto x qualsiasi e andiamo a fare una media, indicata con $\bar{I}$ sul tempo:

$$\bar{I} = c\, \varepsilon_0\, E_0^2\, \overline{\sin^2(kx - \omega t)}$$

intendendo di mediare su tempi molto lunghi rispetto alla lunghezza d'onda temporale, quindi al periodo di oscillazione dell'onda elettromagnetica.



$$\bar{I} = \frac{1}{2} c\, \varepsilon_0\, E_0^2$$

VETTORE DI POYNTING

(GRANDEZZA VETTORIALE)

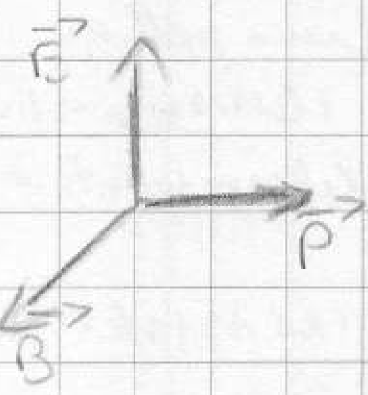
È un vettore associato ad una qualsiasi onda elettromagnetica.

È una grandezza vettoriale che punta nella direzione di propagazione dell'onda, ha il verso concorde con quello di propagazione dell'onda e ha modulo uguale all'intensità dell'onda

1.40.8

Il vettore di Poynting è così definito:

$$\vec{P} = c^2 \varepsilon_0 \vec{E} \wedge \vec{B}$$



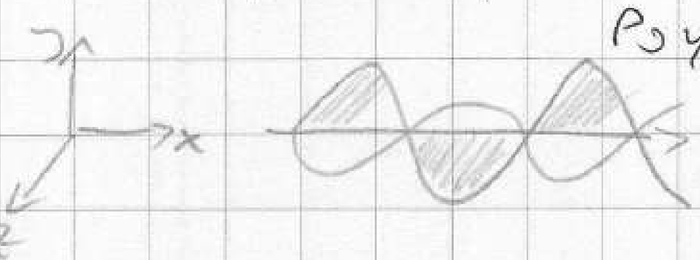
$$|\vec{P}| = c^2 \varepsilon_0 E B = \underbrace{c^2 \varepsilon_0 E^2 / c}_{\text{qui è stato sostituito } B}$$

$$B = E/c$$

$$|\vec{P}| = c \varepsilon_0 E^2$$ e, equivalentemente

$$|\vec{P}| = \frac{c}{\mu_0} B^2$$

Nella figura che più volte abbiamo visto il vettore di Poynting è l'asse x.



Quindi un'onda elettromagnetica trasporta densità di energia; il vettore di Poynting ha come modulo l'intensità dell'onda che è un flusso di energia per unità di area per unità di tempo ed esso ci informa sulla direzione di propagazione dell'onda, quello che si potrà chiamare il raggio dell'onda.

Un'onda e.magnetica trasporta anche altre grandezze di tipo meccanico. Essa fa cambiare lo stato di moto, la quantità di moto di particelle.

Un'onda elettromagnetica in generale trasporta quantità di moto ed ha senso parlare di densità di quantità di moto. Trasporta anche momento della quantità di moto. Un'onda elettromagnetica possiede la capacità di alterare lo stato dinamico della materia per effetto di forze elettriche e magnetiche associate ai campi che la costituiscono. (Pressione di radiazione, fluttuaggio di una pallina in un campo elettromagnetico, uno zampillo elettromagnetico).

PROX LEZ PRODUZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE

L. 40 10

LEZIONE 41

GENERAZIONE
DI ONDE ELETTROMAGNETICHE;
QUANTI DI LUCE

Prof. Paolo Allia
51'55"
Generazione di onde elettromagnetiche
Il corpo nero
Aspetti corpuscolari della radiazione

GENERAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE

Quando le sorgenti di campo elettromagnetico di radiazioni che generano, appunto, onde elettromagnetiche.

Una carica ferma in un sistema di riferimento inerziale produce un campo elettrico statico.

Cariche in moto, correnti elettriche, producono un campo magnetico statico se la corrente è stazionario.

Le onde elettromagnetiche vengono prodotte da cariche elettriche in moto accelerato.

Moto accelerato può essere quello di oscillazione di cariche elettriche attorno ad una posizione di equilibrio, quindi un moto oscillatorio.

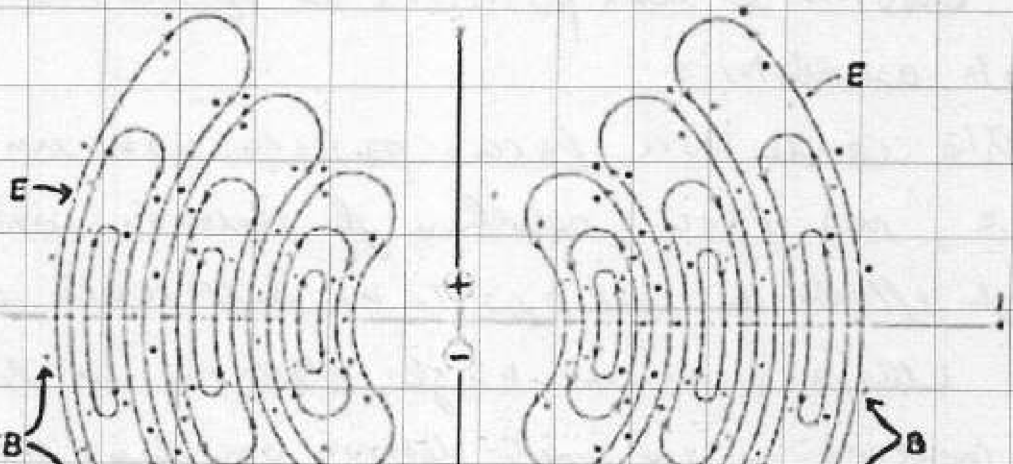
Se in filo conduttore faccio passare non una corrente stazionaria, ma faccio oscillare gli elettroni avanti e indietro per effetto di una opportuna differenza di potenziale alternata allora sicuramente gli elettroni del filo, che sarà un'antenna in cui questi elettroni oscillano avanti e indietro, irradiano onde elettromagnetiche che si irradiano nello spazio e possono avere effetto su un secondo insieme di elettroni contenuti in un secondo filo che potrebbe essere l'antenna ricevente.

Il campo elettrico dell'onda magnetica generata dalle oscillazioni degli elettroni nella antenna emittente incide sugli elettroni dell'antenna ricevente e li pone in oscillazione e in questo modo è possibile realizzare un trasporto, un trasferimento di campo e di informazione da un luogo all'altro.

Quindi nelle antenne ci sono delle cariche in moto accelerato o possono venir messe in moto accelerato dal campo elettromagnetico di radiazione.

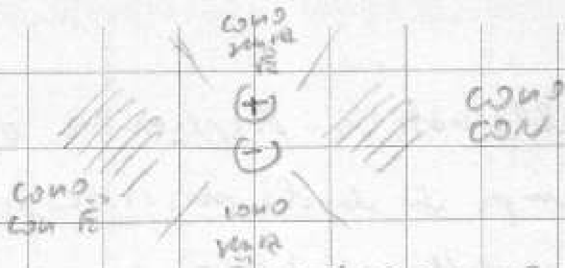
Un altro importante esempio di cariche in moto accelerato è fornito da un dipolo elettrico in cui carica positiva e carica negativa vengono fatte oscillare l'una rispetto all'altra sull'asse del dipolo.

IL CAMPO ELETTROMAGNETICO DI RADIAZIONE PRODOTTO DA UN DIPOLO ELETTRICO OSCILLANTE



La sorgente è quasi puntiforme e anisotropa.

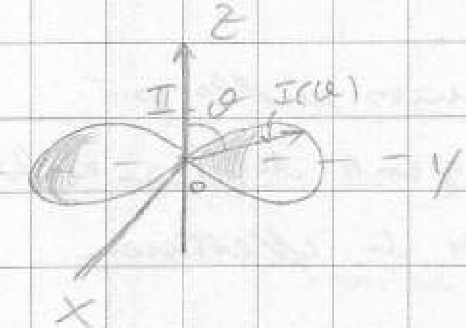
C'è maggiore ampiezza del campo elettrico in due coni di direzione dello spazio, piuttosto che in altre due quelle lungo l'asse del dipolo.



(NEI 2 CONI SENZA $\vec{E}$, $\vec{B}$ È TRASVERSALE

L'intensità del campo elettromagnetico di radiazione è proporzionale al quadrato dell'ampiezza del campo elettrico e quindi ci aspettiamo che l'intensità sia ugualmente anisotropa

Nel disegno sotto la situazione relativa a una superficie a intensità costante per un'onda emessa da un dipolo elettrico oscillante lungo l'asse z. Le cariche oscillano lungo l'asse verticale



La curva dell'intensità costante non è una sfera attorno al dipolo, ma è definita dalla superficie allungata controllata dall'angolo θ formato da una direzione qualsiasi nello spazio e l'asse z.
Lungo l'asse z l'intensità emessa è nulla, mentre è massimo nel piano perpendicolare all'asse z.
Abbiamo un emettitore altamente anisotropo.

Esiste anche il campo di radiazione prodotto da un dipolo magnetico oscillante, oltre a quello prodotto da un dipolo elettrico oscillante, come visto prima.
Un dipolo magnetico oscillante ne ha sostanzialmente le stesse proprietà. Esso è ottenuto facendo fluire in una

spira una corrente alternata a frequenza opportuna.
In relazione a questi campi di dipolo macroscopici è opportuno considerare che il campo elettrico statico di un dipolo statico scende in sostanza con l'inverso del cubo della distanza dal dipolo.

Il campo di radiazione di dipolo scende con l'inverso della distanza, ossia meno lentamente con la distanza. E questo è importante ai fini di trasmissione delle informazioni

Anche nel caso di mutua induzione tra bobine (campo magnetico), dove entrava in gioco il cubo della distanza si era parlato della possibilità di trasferimento di informazione.

Le onde elettromagnetiche si attenuano molto più lentamente con la distanza dalla sorgente di quanto lo facciano campi statici e questo permette di effettuare comunicazioni a grandi distanze (luce del sole e delle stelle).

I campi di dipolo macroscopici possono essere confrontati con i campi generati da dipoli microscopici che in sostanza sono gli atomi che costituiscono la materia
Sono le oscillazioni dipolari molecolari/atomiche che caratterizzano l'emissione di onde elettromagnetiche nelle lunghezze d'onda che l'occhio umano umano percepisce come luce visibile. Quindi la luce che vediamo è emessa da oscillatori atomici elementari e queste sono le microscopiche antenne della luce visibile
Le direzioni di vibrazione di ogni singolo atomo cambiano molto rapidamente nel corso del tempo. Quindi la luce che viene emessa è la sovrapposizione di molti contributi elementari in cui il

campo elettrico tende a vibrare in modo casuale punto per punto dell'emettitore, tempo per tempo.

Quando la luce osservata è composta di onde elettromagnetiche non polarizzate su nessun piano.

La luce può comunque essere polarizzata

I laser sono emettitore di luce monocromatica, molto spesso di natura polarizzata. 16'55"

IL FRONTE D'ONDA

UN MODO DIVERSO DI CARATTERIZZARE L'ONDA

1 41.5

CLASSIFICAZIONE DELLE ONDE IN FUNZIONE DELLA FREQUENZA

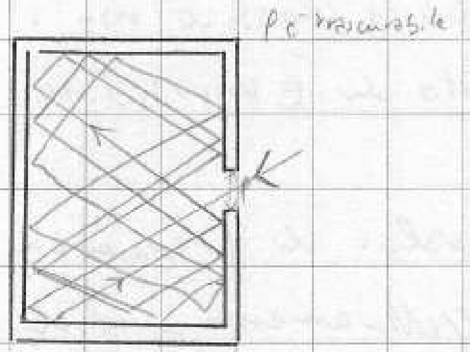
Frequenza, Lunghezza d'onda
↓
ν misurata in Hertz (Hz)

IL VISIBILE È UNA BANDA MOLTO RISTRETTA

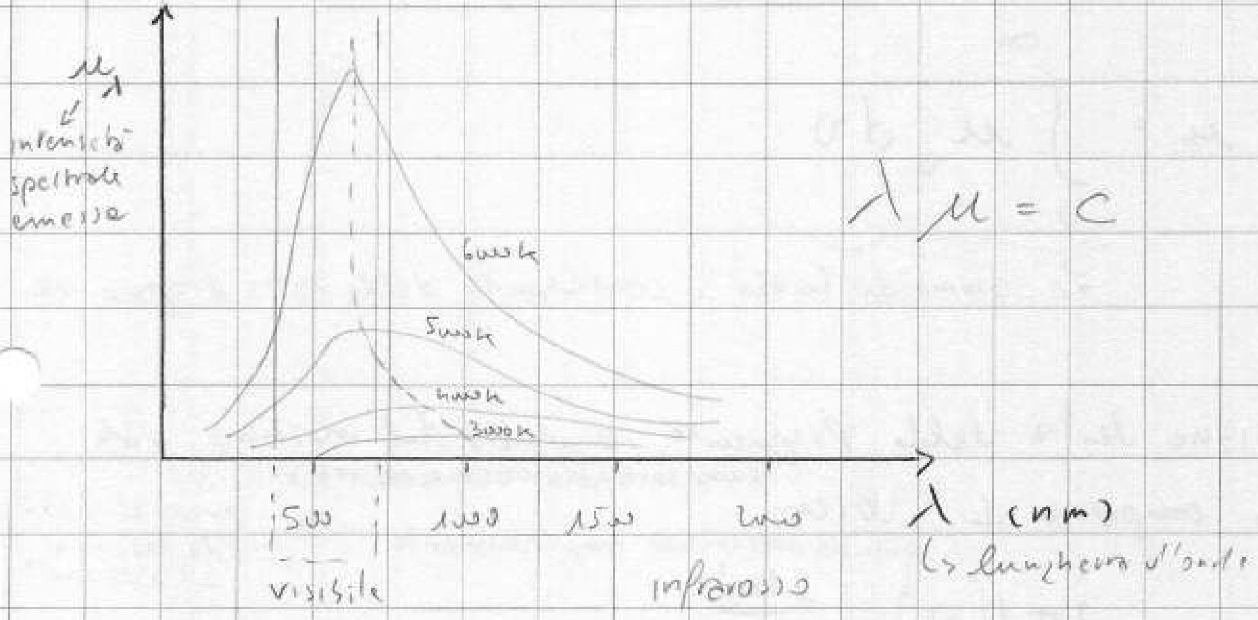
Lo spettro della radiazione elettromagnetica è molto esteso.

L. 41.6

IL CORPO NERO



La radiazione emessa dal corpo nero è composta da molte frequenze, quindi ha senso parlare di una distribuzione spettrale e andare a vedere come sono fatte le diverse componenti in frequenza o lunghezza d'onda della luce che viene emessa dal corpo nero nelle condizioni illustrate



$$\lambda \nu = c$$

Le leggi che derivano dalla curva :

$$\lambda_{max} \, T = cost. \qquad \text{(Legge di Wien)}$$

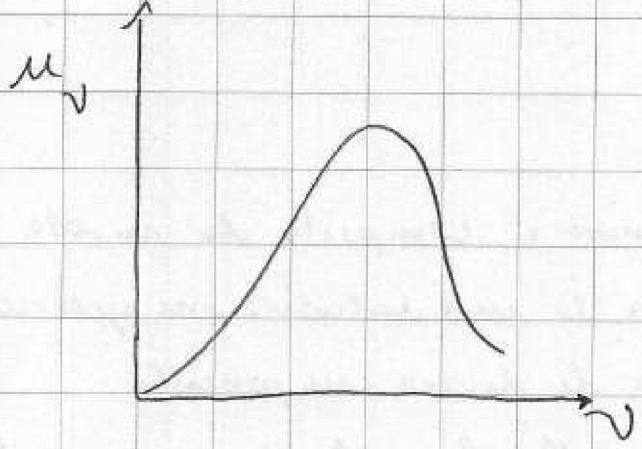
↳ Temperatura del corpo nero

$$u_\nu = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 k T \qquad \text{(Legge di Raleigh - Jeans)}$$

↳ lettera "nu" ↳ freq. ↳ costante di Boltzman $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K ↳ temp. assoluta

L. 41. 7

La legge teorica di Rayleigh-Jeans è chiaramente una legge non corretta, quindi la teoria classica non è in grado di prevedere una legge corretta di emissione del corpo nero.



Per bassi valori di frequenza abbiamo effettivamente una dipendenza quadratica, ma la legge di Rayleigh-Jeans non descrive assolutamente il comportamento realistico dato dal diagramma.

La legge è palesemente errata dal punto di vista logico perché l'intensità totale emessa u è data da

$$u = \underbrace{\int_0^\infty u_\nu \, d\nu}_{\text{La somma di tutti i contributi delle varie frequenze}}$$

Nella regione destra delle frequenze, a destra del massimo vale la legge empirica di Wien: (NON SPIEGATA TEORICAMENTE)

intorno al 1890 (la lezione è del 1930 circa)

$$u_\nu = \frac{8\pi \overset{\text{costante da determinare empiricamente}}{h} \nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$ LEGGE EMPIRICA DI WIEN

E tale funzione descrive abbastanza bene l'andamento decrescente. Planck arrivò alla conclusione che l'interazione, lo scambio di energia tra campo di radiazione e materia all'interno di un corpo nero, in generale sempre, non sia di tipo continuo, che ~~quella~~ è l'ipotesi classica: l'energia, che è una

L. 41. 8

grandezza tipicamente continua, può essere scambiato in modo arbitrario tra un sistema che ha un contenuto energetico e un altro.
Planck introduce un vincolo diverso ritenendo che l'energia non possa essere scambiata tra campo di radiazione e materia in modo continuo ma sotto forma di pacchetti di energia. Pacchetti del genere seguente:

$E = n \underbrace{h \nu}_{\text{ha le dimensioni di una energia}}$ si deve immaginare che l'energia sia scambiata tra campo di radiazione e materia secondo multipli di un quanto fondamentale di energia.
$h \nu$ ha le dimensioni di una energia;
h è una costante, presente anche nella formula precedente, che con Planck prende il nome di costante di Planck.
Questa idea è rivoluzionaria: il campo di radiazione scambia con la materia energia sotto forma di multipli di un quanto elementare di energia che è $h \nu$ e quindi n può essere 0, 1, 2, 3, 4 -
Se è 0 non c'è scambio di energia; la minima energia scambiabile è $h\nu$, quella successiva è $2 h \nu$ ecc

Sulla base di questa ipotesi, Planck fu in grado di calcolare una nuova legge:

$$u_\nu = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$ che è la formula di Planck

$h\nu << kT$ allora $e^{\frac{h\nu}{kT}} \to 1 + \frac{h\nu}{kT}$ (sviluppo di Taylor sull'esponenziale)

e il denominatore diventa $\frac{h\nu}{kT}$ e, sostituendo, abbiamo

$$u_\nu = \frac{8\pi h \nu^{3^2}}{c^3}\,\frac{kT}{h\nu} = \frac{8\pi \nu^2}{c^3}\,kT$$

che è la formula di Raleigh-Jeans, la formula "classica".

$\frac{h\nu}{kT} >> 1$ allora u_ν che la formula di Wien

ASPETTO CORPUSCOLARE DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA

$$\varepsilon = h\nu$$

Costante di Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\ \underbrace{J \cdot s}_{\text{è un'azione}}$

L'aspetto corpuscolare emerge in quanto l'energia non può essere scambiata in modo continuo ma soltanto forma di multipli di un quanto elementare, detto quanto di Planck o quanto di luce che ha la forma $h\nu$. La costante di Planck, h, è determinata proprio sulla base delle legge del corpo nero ed ha un valore molto piccolo ed è detta anche quanto elementare di azione.

L.41.10

LEZIONE 42

INTRODUZIONE AI MATERIALI DIELETTRICI

(Iª lezione sullo studio delle proprietà fisiche dei materiali)

Prof. Paolo Allia
51'40"
Elettrostatica nei conduttori
Conducibilità e Resistività (I dielettrici)
Dipoli elettrici elementari
Proprietà di un dielettrico - condensatore con dielettrico
I vettori elettrici

I FENOMENI ELETTRICI NEI MATERIALI

I materiali dal punto di vista elettrostatico si possono suddividere classicamente in due categorie: conduttori e non conduttori. I non conduttori saranno chiamati dielettrici.

Le proprietà elettriche statiche dei materiali conduttori: un conduttore è un materiale nel quale esistono delle cariche elettriche che possono muoversi in libertà per effetto di campi elettrici applicati.

Vediamo cosa succede in conduttori nei quali ci troviamo a operare in condizioni puramente statiche, che significa presenza di campi elettrici solo statici, assenza di campi magnetici. La situazione è semplice e ideale.

CONDUTTORE (CASO STATICO)

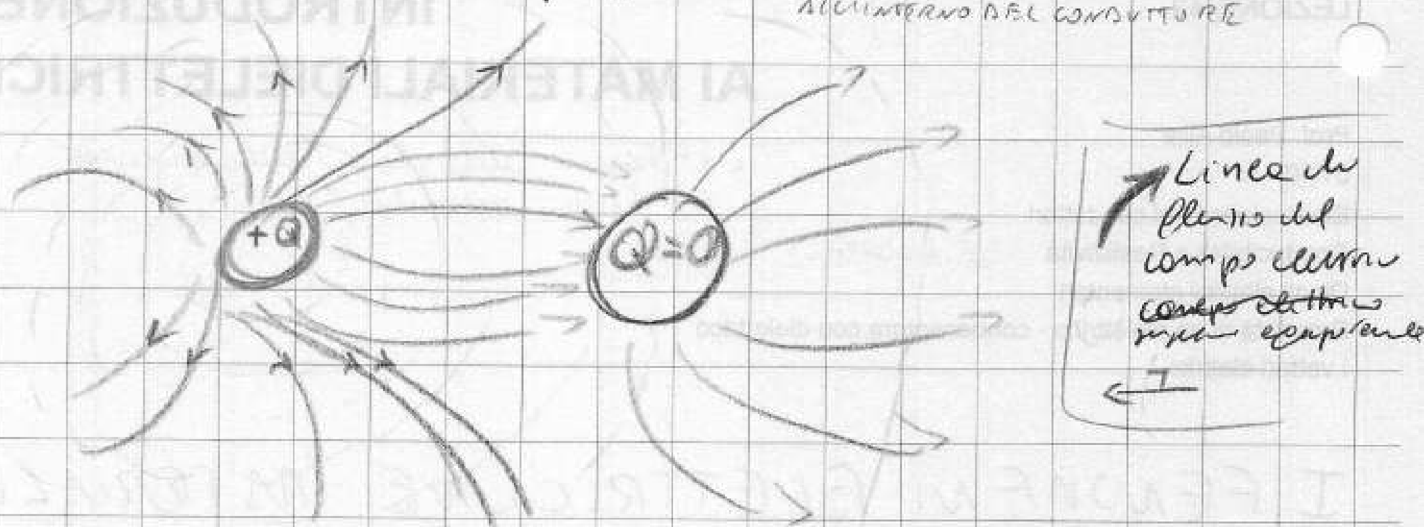
- $E = 0$ all'interno (sempre)
- V = costante (sempre) (POTENZIALE; $\vec{E} = -\mathrm{grad}\,\vec{V}$)
- $\vec{E} \perp$ superficie conduttore

(STESSO FENOMENO)

- La superficie è equipotenziale e • le cariche in eccesso

1 (2) ↳ F.d.d.p.

è distribuita sulla superficie. (APPLICAZIONE DIRETTA DEL T. DI GAUSS con E=0 ALL'INTERNO DEL CONDUTTORE)



Abbiamo un conduttore con carica in eccesso +Q e un conduttore neutro, Q=0.

I due conduttori sono posti e tenuti ad una certa distanza.

Le linee di flusso del conduttore carico si dipartono quasi radialmente dal conduttore stesso.

Le superfici equipotenziali sono a potenziale costante.

La superficie del conduttore carico è una superficie equipotenziale.

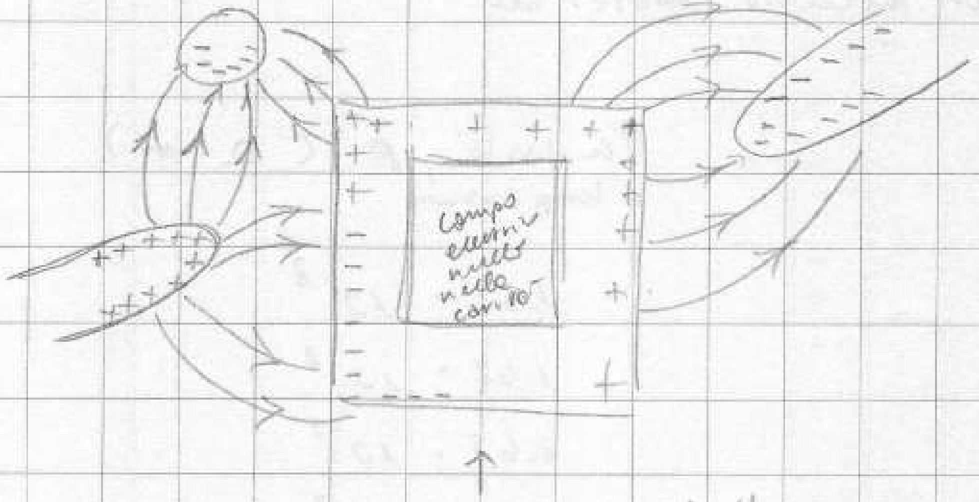
Il conduttore neutro è sorgente di un campo elettrico ed è luogo di terminazione di linee di flusso di campo elettrico prodotte dal conduttore carico. Siamo dunque in presenza di un fenomeno di separazione di cariche. Poiché le cariche elettriche sulla superficie del conduttore neutro si possono muovere liberamente, allora il conduttore carico influenza le cariche presenti sul conduttore neutro.

Gli elettroni di questo si sposteranno verso sinistra formando una distribuzione di cariche negative. Questo comporta uno sbilanciamento di cariche positive sul lato opposto il che comporta una sorgente di linee di flusso.

Questo è un primo esempio di polarizzazione perfetta.

Vedremo che in materiali non conduttori tale fenomeno avverrà in maniera ridotta.

Un conduttore in condizioni statiche agisce come schermo da campi elettrici statici.



Le cariche positive e negative si vanno a distribuire nel conduttore quel tanto atto allo scopo di annullare totalmente il campo elettrico al suo interno.

Per schermare campi elettrici statici è necessario ed è sufficiente introdurre nell'immediato intorno della regione dove i campi devono essere schermati un conduttore, uno schermo metallico, un conduttore qualsiasi.

Maggiore ne è la conducibilità e maggiore sarà la schermatura.

Abbiamo detto che le cariche presenti in un conduttore possono polarizzarsi per effetto della presenza di conduttori nello spazio circostante.

La polarizzazione delle cariche è molto semplice perché le cariche sono sostanzialmente libere.

Un parametro che ci indica quanto sono libere le cariche all'interno di un materiale è la conducibilità elettrica oppure il suo inverso, la resistività elettrica. Tanto è minore la resistività tanto più libere possono essere considerate le cariche all'interno del materiale.

La resistività in alcuni materiali :

Materiale	Resistività, ρ ($\Omega \cdot m$) a temp. ambiente
Conduttori:	
Argento	1.59×10^{-8}
Rame	1.68×10^{-8}
Alluminio	2.65×10^{-8}
Tungsteno	5.6×10^{-8}
Ferro	9.71×10^{-8}
Platino	10.6×10^{-8}
Mercurio	98×10^{-8}
Nichel-Cromo (lega Ni-Cr-Fe)	100×10^{-8}
Semiconduttori:	
Carbone	$(3-60) \times$
Germanio	$(1-500) \times$
Silicio	$0.1-60$
Isolanti:	
Vetro	$10^{9} - 10^{12}$
Gomma dura	$10^{13} - 10^{15}$

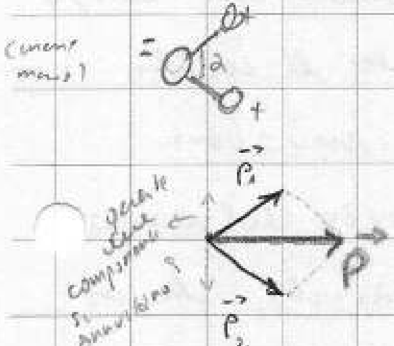
Si noti che tra il valore massimo e minimo c'è una differenza di 23 ordini di grandezza

Vedremo ora il comportamento degli isolanti sottoposti a un campo elettrico.

L'EFFETTO DI UN CAMPO ELETTRICO NEI MATERIALI DIELETTRICI (= ISOLANTI)

L'effetto è quello di reagire con dei dipoli che possono già essere eventualmente presenti nel materiale oppure di creare esso stesso dei nuovi dipoli elettrici x le molecole che compongono il materiale sono originariamente molecole non polari. 30'25"

Alcuni materiali sono formati da molecole che presentano già spontaneamente un momento di dipolo diverso da zero: ad es. l'acqua, sia allo stato solido che liquido.
Essa è formata da molecole H_2O, legame idrogeno e dipolo permanente.



L'acqua gode delle proprietà tipiche di un dipolo elettrico microscopico. Si tratta della somma di due contributi dipolari: il primo, $\vec{p}_1$, momento di dipolo diretto dallo ione ossigeno verso l'idrogeno "in alto" e un momento $\vec{p}_2$ simmetricamente diretto dallo ione ossigeno verso l'idrogeno "in basso". Abbiamo una separazione di cariche e abbiamo una distanza rigida fra le cariche quindi abbiamo due elementi di dipolo elementari.

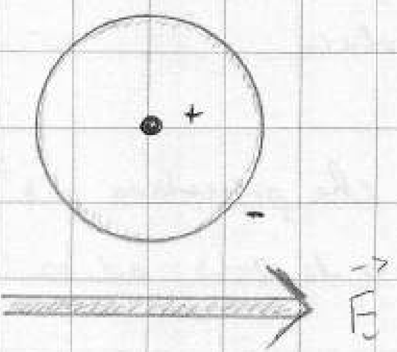
Il momento di dipolo complessivo è dato dalla somma vettoriale dei due momenti di dipolo.

$$\underset{\substack{\downarrow \\ \text{in modulo}}}{p} \simeq 6.2\ 10^{-30}\ \underbrace{C \cdot m}_{\text{Coulomb m, u.m. nel S.I}}$$

L 42.5

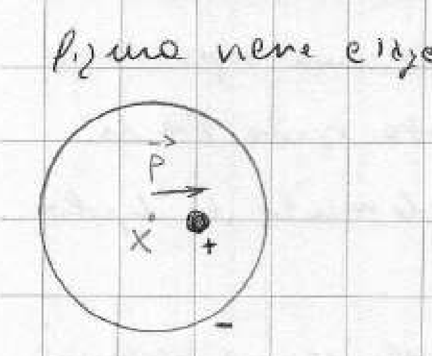
Sostanze come l'acqua sono dette sostanze a molecole polari.

Esistono materiali le cui molecole non sono di per sé polari, ma per i quali una polarizzazione viene indotta dall'applicazione di un campo elettrico.



Prendiamo l'esempio di una molecola monoatomica, con un nucleo caricato positivamente intorno al quale ruotano degli elettroni nella nuvola elettronica, il cui centro di massa coincide con il nucleo.
L'atomo è neutro e non polare, non presenta momento di dipolo

Si applica un campo $\vec{E}$ piuttosto intenso, esterno al sistema atomico. Quindi le cariche positive nel nucleo tendono a muoversi lungo la direzione delle linee di forza del campo mentre le cariche negative presenti nella nube elettronica tendono a muoversi contro la direzione e del verso delle linee di forza del campo. Quello che si ottiene è uno sbilanciamento di cariche, che in figura viene esagerato:



il centro di massa x della nuvola elettronica non coincide più con la posizione del nucleo caricato positivamente.
Quindi nasce un piccolo momento di dipolo $\vec{P}$ che è un momento di dipolo indotto dal campo elettrico $\vec{E}$.

Quindi l'effetto di un campo elettrico può essere quello di indurre dei momenti di dipolo, ma se nel materiale esistono già ~~ep~~ dei momenti spontanei di dipolo, l'effetto del campo elettrico sarà quello di orientare questi momenti di dipolo microscopici, se effetto dell'orientamento di un dipolo elettrico in campo elettrico esterno

uniforme

DIPOLO ELETTRICO IN CAMPO ELETTRICO

prodotto vettoriale

$$\vec{\tau} = \vec{p} \wedge \vec{E}$$

↳ vettore momento di dipolo

↓ momento meccanico = coppia di forze = momento torcente

L'effetto dinamico del momento torcente è allineare il dipolo nella direzione del campo

$$\mathcal{E} = -\vec{p} \cdot \vec{E} \qquad (-p \cdot E \cdot \cos\theta)$$

↓ prodotto scalare

↳ angolo fra dipolo e la direzione di E

↳ energia potenziale del dipolo elettrico in campo elettrico

$\mathcal{E}$ deve coincidere con la condizione di equilibrio stabile e si ha se $\theta = 0$,

$-pE \cdot \cos\overset{1}{0}$ e questo è il minimo.

$\theta = 0 \Rightarrow \operatorname{sen}\theta = 0 \Rightarrow$ nessun momento torcente $\Rightarrow$ EQUILIBRIO STABILE

↳ il momento di dipolo è allineato lungo la direzione di E.

ESPERIMENTO DI VALUTAZIONE DI UN MATERIALE DIELETTRICO* AD UN CAMPO ELETTRICO APPLICATO

Si introduce il dielettrico in una regione con un campo elettrico uniforme, creato ad es. fra le piastre di un condensatore piano e parallelo rigido e indeformabile

costante dielettrica nel vuoto

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

↳ nel vuoto

Capacità nel vuoto di un condensatore piano (fra le piastre)

* E quindi polarizzabile

CONDENSATORE PIANO CON DIELETTRICO

(LA CAPACITA' VARIA, aumentando)

$C = \varepsilon_r C_0 \qquad \varepsilon_r > 1$, ε_r è adimensionale, numero puro

$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \dfrac{S}{d} = \varepsilon \dfrac{S}{d}$

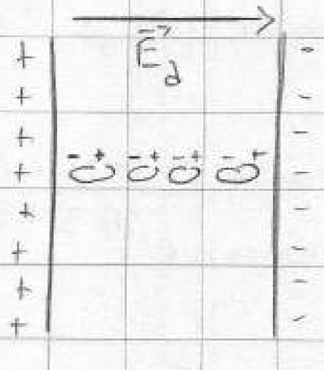
↳ costante dielettrica del mezzo, pari a $\varepsilon_r \varepsilon_0$, $[C^2]/[N][m^2]$, come ε_0

$\varepsilon > \varepsilon_0 \quad ; \quad \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r > 1$

ε_r = costante dielettrica relativa del dielettrico considerato

IL CONDENSATORE CON DIELETTRICO

APPROFONDIMENTO



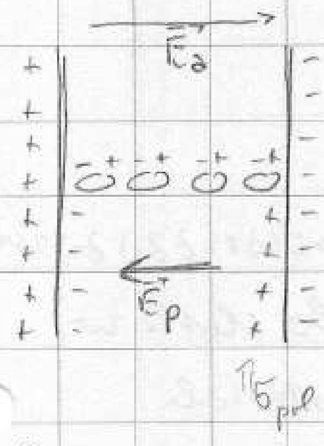
σ_{lib} = densità superficiale di carica = carica libera sulla superficie del condensatore

$\vec{E}_d$ = campo elettrico uniforme

Se all'interno del condensatore c'è un dielettrico, il campo allinea i dipoli, nella modalità come in figura

Possiamo considerare bilanciate le corri cariche positive e negative tra un dipolo e l'altro all'interno del materiale. Non si bilanciano quelle affacciate alle piastre, negative verso la piastra positivo e positiva verso la piastra negativa, avendo sulle piastre una distribuzione di cariche.

Quindi avremo una ulteriore distribuzione di carica negativa sulla faccia positiva e positiva nell'altra. Non è una carica libera, ma di polarizzazione dovuta all'allineamento dei dipoli.



Questa nuova distribuzione di cariche da luogo ad un campo $\vec{E}_p$, parallelo ad $\vec{E}_a$ ma diretto in verso opposto.

Dunque il campo vero all'interno del materiale non è E_a, ma è E dato da:

$$\vec{E} = \vec{E}_a \underset{\substack{\downarrow \\ \text{vettoriale}}}{+} \vec{E}_p$$

ed avendo un problema unidimensionale possiamo proiettare tutto sull'asse orizzontale e scrivere in modulo il campo totale E

$$E = E_a \underset{\substack{\downarrow \\ \text{per la discordanza tra i due campi}}}{-} E_p$$

dunque il campo vero all'interno del materiale è un campo minore di quello applicato, di quello che deriva dalla presenza delle cariche libere sulle piastre.

Il campo applicato $\vec{E}_a$ vale:

$$E_a = \frac{\sigma_{lib}}{\varepsilon_0}$$

Il campo di polarizzazione $\vec{E}_p$, in modulo sarà

$$E_p = \frac{\overset{\text{densità di cariche di polarizzazione}}{\sigma_{pol}}}{\varepsilon_0}$$

Dunque possiamo riscrivere E come segue:

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sigma_{lib} - \sigma_{pol}\right)$$

e possiamo esprimere a questo punto σ_{lib} in funzione delle altre grandezze.

$$\sigma_{lib} = \varepsilon_0 E + \sigma_{pol}$$

Introduciamo un nuovo vettore chiamato polarizzazione che è definito come il momento di dipolo elettrico del materiale per unità di volume del materiale

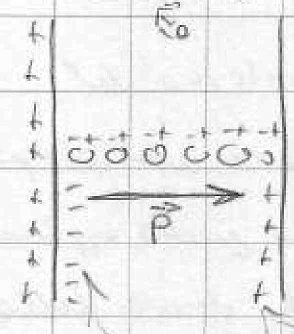
$$\vec{P} = n\,\vec{p}$$

↳ singolo momento di dipolo elettrico, quello della singola molecola

↳ n. di dipoli elettrici per unità di volume

↳ MOMENTO DI DIPOLO ELETTRICO PER UNITÀ DI VOLUME DEL MATERIALE

Il modulo di P equivale al seguente ragionamento: la distribuzione di dipoli così orientati equivale ad un unico dipolo effettivo



che ha per lunghezza la distanza fra le piastre del condensatore, d, e ha per cariche che compongono il dipolo la carica negativa che compare a sinistra e quella positiva a destra.

Dunque, in modulo, P è:

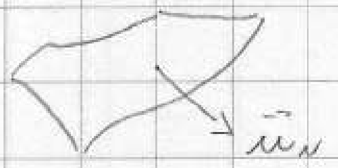
$$P = \frac{q_{pol}\cdot d}{\underbrace{S\cdot d}_{\text{volume del materiale} = S\cdot d}} = \frac{q_{pol}}{S} = \sigma_{pol}$$

MODULO DEL VETTORE POLARIZZAZIONE $\vec{P}$

S sup. delle piastre; d ↳ distanza piastre

L. 42.10

Definiamo un ulteriore vettore ausiliario $\vec{D}$ attraverso una sua proprietà



$$\vec{D} \underset{\substack{\text{proiez.}\\ \text{scalare}}}{\cdot} \vec{u}_N \equiv \sigma_{lib}$$

superficie di delimitazione

$\vec{u}_N$ versore normale alla superficie, in ogni punto della sup.

Nel caso in esame $\vec{D}$ ha la stessa direzione di $\vec{E}_p$ e la superficie di delimitazione è la faccia del condensatore

In questo caso $\vec{D}$ e $\vec{u}_N$ sono paralleli e quindi

$$\underset{\substack{\downarrow\\ \text{modulo}}}{D} \equiv \sigma_{lib}$$

Per cui

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma_{lib} - \sigma_{pol})$$ può essere scritto

$$E = \frac{1}{\varepsilon_0}(\underbrace{D - P}_{\text{moduli}})$$ o alternativamente

$$\boxed{D = \varepsilon_0 E + P}$$ e questa è la relazione tra moduli di questi vettori, vale nei vettori in generale

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \underset{\substack{\downarrow\\ \text{verrà approfondito questo}}}{\vec{P}}$$ che vale sempre nei materiali dielettrici

L 42 11

La polarizzazione è un vettore proporzionale al campo $\vec{E}$.

LEZIONE 43

MAGNETISMO NELLA MATERIA, INTRODUZIONE

Prof. Paolo Allia
50'54"
Proprietà magnetiche della materia
Magnetizzazione e momento di magnetizzazione
Il vettore magnetizzazione
Il campo magnetizzante H
Suscettività e permeattività magnetica

corrente amperiana di magnetizzazione

(I 3 vettori magnetici giocheranno un ruolo affine a quello dei 3 vettori elettrici, rilevando anche le differenze)

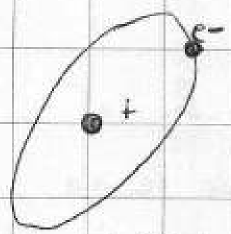
I fenomeni magnetici nella materia.

La teoria del magnetismo prodotto da correnti che è stata discussa da me nella lezione precedente e la teoria del magnetismo prodotto nei materiali magnetici generato in essi o riscontrato in essi spontaneamente hanno un punto di contatto che risiede nel fatto che le sostanze magnetiche o magnetizzabili sono dotate di momenti di dipolo magnetico elementare intrinseci. Questi momenti di dipolo magnetico elementare altro non sono che momenti generati dal flusso delle correnti elettroniche attorno al nucleo degli atomi che compongono le sostanze magnetizzabili.

In natura esistono numerose classi di elementi che presentano spontaneamente un momento di dipolo magnetico elementare diverso. Perché avvenga questo occorre che gli elettroni che compongono l'atomo considerato siano in qualche modo spaiati in modo tale che ci sia comunque sempre una corrente elettronica netta in moto al centro di massa dell'atomo, intorno al nucleo.

Se gli elettroni sono accoppiati, il numero è cioè pari allora può capitare che le correnti elettroniche si annullino in qualche modo potendo pensare che un elettrone gira in un verso e l'altro giri in un altro verso in modo tale che la corrente totale sia nulla.

Se c'è un elettrone spaiato la sua corrente non è bilanciata da nessun'altra corrente elettronica e questa è una corrente elettrica microscopica chiusa e quindi è una spira chiusa microscopica percorsa da corrente.



Un elettrone spaiato è assimilabile a una spira chiusa percorsa da corrente.

Quindi una spira chiusa percorsa da corrente dà luogo ad un momento di dipolo magnetico

MOMENTO DI DIPOLO ELEMENTARE MAGNETICO

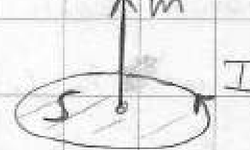
$$\vec{m} = I S \vec{u}_N$$

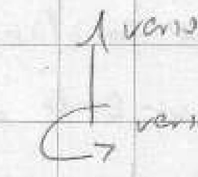
↳ versore normale al piano della spira

↳ sezione della spira

Direzione di $\vec{m}$ è perpendicolare al piano su cui giace la spira.

Il verso del momento di dipolo è dato dalla regola della mano destra

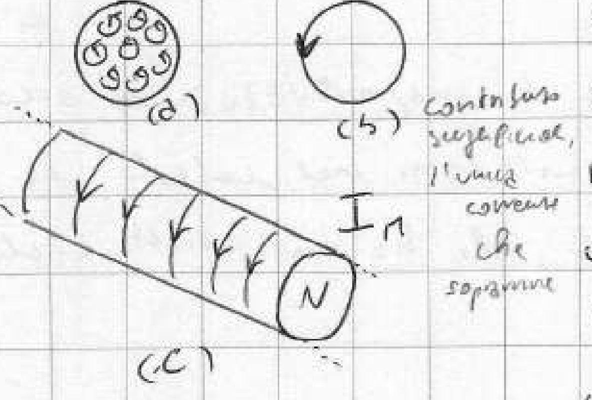




MAGNETIZZAZIONE E CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE

$$M = I_M$$

Consideriamo un cilindro magnetizzato di lunghezza indefinita.



La vista in sezione trasversale è (a), nel cilindro ci sono un grandissimo numero di atomi identici ciascuno dei quali porta un momento magnetico. Se lo vediamo in sezione e supponiamo che il momento magnetico di ogni singolo atomo sia lungo l'asse maggiore di questo cilindro allora ci rendiamo conto che esistono moltissimi atomi che sono assimilabili a delle spire microscopiche percorse da corrente.

I contributi di corrente elettroniche da parte di atomi vicini all'interno del materiale tendono ad elidersi l'uno con l'altro.

L'unica corrente che in qualche modo sopravvive è il contributo superficiale come da figura (b).

Questo significa che il cilindro magnetizzato equivale dal punto di vista macroscopico ad una distribuzione superficiale di corrente che sta circolando esclusivamente sulla superficie del materiale.

Quindi un cilindro materiale costituito da un materiale magnetico in cui i momenti magnetici sono tutti orientati lungo l'asse lungo del cilindro è equivalente ad ~~un cilindro~~ una superficie cilindrica ideale percorsa da corrente.

Questa corrente è "interna" al materiale legata alla esistenza specifica dei momenti di dipolo magnetico ed è chiamata corrente amperiana o più generalmente corrente di magnetizzazione.

Quindi un materiale magnetico è equivalente a un cilindro percorso da una certa corrente di magnetizzazione. 16'24"

Per scrivere questa corrente di magnetizzazione occorre introdurre il primo vettore di interesse nel calcolo che è il vettore magnetizzazione, che ha una stretta analogia col vettore polarizzazione

IL VETTORE MAGNETIZZAZIONE M

$\vec{M} = n\,\vec{m}$ questo nel caso in cui tutti i momenti magnetici siano paralleli tra loro

n = Prodotto fra il vettore momento magnetico elementare fra il numero di momenti magnetici per unità di volume

Da notare la relazione tra corrente di magnetizzazione e il vettore di magnetizzazione macroscopico della materia:

Consideriamo una porzione cilindro magnetizzato di sezione S e lunghezza l, tutti i momenti magnetici dei singoli atomi sono allineati lungo l'asse lungo del cilindro.

Esiste dunque un vettore magnetizzazione $\vec{M}$, uniforme all'interno del cilindro e 0 all'esterno.

Il momento magnetico complessivo presente nella porzione di cilindro è:

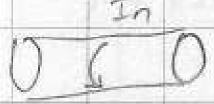
$m = M \cdot l \cdot S$ momento dell'insieme di atomi magnetizzati.

Quindi questo cilindro di lunghezza l porta con sé un momento magnetico totale $M \cdot l \cdot S$.

Abbiamo anche detto che il cilindro materiale è equivalente

L. 43.4

ad un segmento di superficie cilindrica su cui fluisce una corrente di magnetizzazione I_n, per unità di lunghezza.



I_n è qui definita come la corrente di magnetizzazione per unità di lunghezza del materiale.

corrente per area della spira

Il momento di questa particolare spira percorsa da corrente è:

$$\underbrace{I_n \cdot l}_{\text{corrente totale}} \cdot S \quad \text{momento della spira}$$

Il momento della spira e il momento dell'insieme di atomi magnetizzati sono del tutto equivalenti, cioè

$$\boxed{M}\, l\, S = \boxed{I_n}\, l\, S$$ e questo porta

modulo vettore magnetizzazione = corrente di magnetizzazione per unità di lunghezza

concludere che la corrente di magnetizzazione per unità di lunghezza in questo caso particolare è, in modulo, il vettore magnetizzazione.

Le unità sono le stesse e il valore numerico è uguale.

$$[\vec{M}] = \frac{[\text{corrente}]}{[\text{lunghezza}]} = \frac{[A]}{[m]}$$ Ampère al metro

LA CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE CHE FLUISCE SUL CILINDRO, IN MODULO, È UGUALE ESATTAMENTE AL VETTORE MAGNETIZZAZIONE, QUINDI AL MOMENTO MAGNETICO PER UNITÀ DI VOLUME ALL'INTERNO DEL CILINDRO.

IN GENERALE LA CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE SARA' LA COMPONENTE DEL VETTORE M CHE E' PARALLELA IN OGNI PUNTO DELLA SUPERFICIE AD UN PIANO TANGENTE ALLA SUPERFICIE NEL PUNTO CONSIDERATO

Il senso di percorrenza della corrente di magnetizzazione Im sulla superficie del cilindro è sempre perpendicolare alla direzione del vettore magnetizzazione M. che nel cilindro ha la direz. dell'asse lungo.

21:40 ESPERIMENTO

Inseriamo il cilindro magnetizzato, o magnetizzabile, composto di atomi dotati ciascuno di un momento magnetico elementare, in un solenoide ideale con la stessa sezione del cilindro.

Questo solenoide, anch'esso di lunghezza indefinita, genera all'interno del materiale un campo che è proporzionale alla corrente che fluisce nelle spire che costituiscono il solenoide ideale.

Esiste una relazione tra la corrente che fluisce sul solenoide e il campo B_0 prodotto in esso, campo B_0 uniforme:

$$B_0 = \mu_0 n I$$

(B_0 perché è il campo che ci sarebbe se all'interno del solenoide ci fosse il vuoto)

μ_0 = permeabilità magnetica nel vuoto
n = numero di spire del solenoide per unità di lunghezza
I = corrente che fluisce in ciascuna spira del solenoide, una corrente mandata dall'esterno.

Per il principio di sovrapposizione dei campi il campo totale all'interno del materiale non sarà soltanto B_0,

L. 43.6

ma sarà B, dato dalla somma di B_0 con un B_m, con B_m il campo magnetico prodotto dalla corrente magnetizzante, che è sulla superficie del materiale inserito strettamente nel solenoide ideale.
La corrente magnetizzante genera quindi un campo B_m all'interno del materiale. Quindi:

$$B = B_0 + B_m =$$

↳ campo prodotto dalla corrente magnetizzante

↳ campo prodotto dalla corrente nel solenoide

$$= \mu_0 \left[nI + I_M \right]$$

Abbiamo dimostrato che $I_m = M$, allora

↳ vettore magnetizzazione

$$B = \mu_0 \left[nI + M \right]$$

CAMPO TOTALE ALL'INTERNO DEL SOLENOIDE RIEMPITO DALLA SOSTANZA MAGNETIZZATA

I CAMPI $\vec{B}$ e $\vec{H}$ IN UN MATERIALE MAGNETIZZABILE

$$\vec{B}_{TOT} = \vec{B}_0 + \vec{B}_m$$

campo totale all'interno del solenoide

$$B_{TOT} = B_0 + B_m = \mu_0 (nI + I_m)$$

senza → jcd //

$$H = \frac{B}{\mu_0} - M = nI$$

H è il CAMPO MAGNETIZZANTE

↳ gode di particolari proprietà

$$B = \mu_0 (H + M)$$

Relazione nei dielettrici fra 3 vettori

$\vec{H}$ e $\vec{P}$ hanno analogie

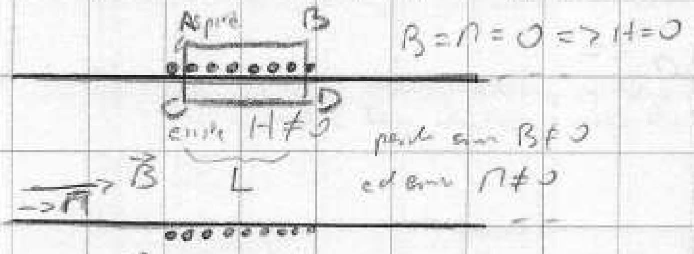
$$\overset{\leftarrow \text{entram}}{\vec{B}} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

$$(\vec{D} = \varepsilon_0 \underset{\uparrow \text{entrambi i mezzi}}{\vec{E}} + \vec{P})$$

1 43 7 (↑ vale in tutte le situazioni!)

Il campo $\vec{B}$ è solenoidale, la div B = 0 ovunque nello spazio
Le linee di flusso di $\vec{B}$ si chiudono sempre.
Il magnetismo è studiato su B, ma il ~~campo~~ vettore H, campo magnetizzante H, gioca più di B in ambito applicativo.
Questo e come delle sue proprietà

IL CAMPO MAGNETIZZANTE H , calcolo e proprietà 29'54"



anche $\vec{H}$ è // all'asse lungo del cilindro.

ABBIAMO UN CILINDRO DI MATERIALE MAGNETICO AVVOLTO STRETTAMENTE DAL SOLENOIDE IDEALE, NELLE CUI SPIRE PASSA UNA CORRENTE ELETTRICA PRODOTTA DALL'ESTERNO.

SULLA SUPERFICIE DEL CILINDRO C'È LA CORRENTE DI MAGNETIZZAZIONE
CALCOLIAMO LA CIRCOLAZIONE, O CIRCUITAZIONE DEL VETTORE H LUNGO UN PARTICOLARE CAMMINO.
Tale circuitazione è l'integrale di linea su un percorso chiuso di $\vec{H}$ scalare $d\vec{l}$ dove $d\vec{l}$ è l'elemento di linea.

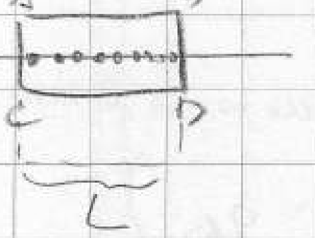
$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

$\vec{B}$ e $\vec{M}$ sono vettori coassiali del cilindro, allora anche $H = \frac{B}{\mu_0} - M$ è parallelo all'asse lungo del cilindro.

Calcoliamo dunque $\vec{H}$ lungo un percorso opportuno, che è un rettangolo di vertici ABCD scelto con lati lunghi paralleli all'asse del cilindro, un lato lungo all'esterno ed un altro lato lungo all'interno.
Sul percorso AB la circuitazione è nulla perché all'esterno H è nullo, all'interno non è nullo ma l'asse di integrazione è perpendicolare a H quindi il prodotto scalare è zero

Dunque sul tratto AB non c'è contributo, come analogamente non c'è sul tratto DC.
Non c'è contributo neanche nel tratto AD perché è esterno al solenoide dove non è presente né $\vec{B}$ né $\vec{M}$ e quindi nemmeno $\vec{H}$.
L'unico tratto che può dare un contributo è BC. Quindi

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = HL = \underbrace{nI}_{H}L =$$ che vuol dire numero di spire per unità di lunghezza per corrente per lunghezza. Quindi il numero totale di spire sulla lunghezza L e



$$= I_{lib}$$
$\downarrow$
CORRENTE TOTALE

quindi la circolazione di H è la corrente totale che sta fluendo nel solenoide che circonda il materiale magnetizzato.
La corrente totale è stata chiamata I_{lib} dove "lib" sta per libere.
Queste correnti sono le correnti che fluiscono all'interno del solenoide ideale. Non si tratta delle correnti totali che intervengono nel processo di magnetizzazione del corpo, sono semplicemente le correnti che sono a disposizione di uno sperimentatore per modificare il campo Bo prodotto dal solenoide che circonda il materiale. Queste correnti sono effettivamente libere, nel senso che possono essere aumentate, diminuite o ridotte a zero dallo sperimentatore.
Nel processo di magnetizzazione del corpo non esistono solo queste correnti libere ma esistono anche le correnti superficiali di magnetizzazione che al contrario non

possono essere controllate in alcun modo dallo sperimentatore se non in modo molto indiretto perché sono legate intrinsecamente a cosa sta avvenendo all'interno del corpo che si sta magnetizzando.

È da rilevare che la circolazione di H è uguale in questo caso semplice e, in generale, sempre alle correnti libere. H gioca un ruolo importante giacché su di esso lo sperimentatore ha un qualche controllo.

PROPRIETÀ DI $\vec{H}$ e $\vec{B}$

è definito dalle sole correnti libere

(T. di Gauss) è legato alle cariche libere

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{lib} \qquad \left(\oint \vec{D} \cdot \vec{u}_N \, dS = q_{lib} \right)$$

↳ corrente totale libera racchiusa dalla superficie chiusa

(T. di Gauss)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \qquad \left(\oint \vec{E} \cdot \vec{u}_N \, dS = \frac{q}{\varepsilon_0} \right)$$

↳ corrente totale che attraversa la superficie delimitata dalla linea chiusa considerata.

↳ è legato a tutta la carica

Teorema di Ampère statico per il campo B

B è legato a tutte le correnti, di magnetizzazione e libere

$\vec{H}$ e $\vec{B}$ giocano ruoli molto simili a quelli giocati da $\vec{D}$ e $\vec{E}$ nella descrizione dei fenomeni dielettrici.

L. 43.10

SUSCETTIVITÀ MAGNETICA di una sostanza

$\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ $\qquad$ $(\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E})$

↳ chi con pedice m $\qquad$ ↳ suscettività elettrica

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H}$$

$\mu_r = 1 + \chi_m$ $\qquad$ $(\varepsilon_r = 1 + \chi_e)$

↳ permeabilità relativa del mezzo, numero puro $\qquad$ ↳ costante dielettrica relativa

$\vec{B} = \mu \vec{H}$ $\qquad$ $(\vec{D} = \varepsilon \vec{E})$

La suscettività magnetica χ_m è il fattore di proporzionalità tra il campo $\vec{M}$ e il campo $\vec{H}$.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = I_{ls}$$

↳ μ costante lungo il cammino di integrazione

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I_{ls} \quad \text{dove } \mu = \mu_0 \mu_r$$

(QUINDI ABBIAMO DUE FORME ALTERNATIVE DEL T. DI AMPÈRE, QUELLA CONSUETA, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot}$ oppure $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I_{ls}$.)

Esempio: abbiamo un materiale magnetico con una certa magnetizzazione, non uniforme. All'interno esiste quindi una certa distribuzione del vettore magnetizzazione.

Supponiamo che ci siano dei circuiti elettrici (ℓℓℓ), collegati anche a dei generatori. Ci chiediamo quanto vale la circuitazione del vettore $\vec{H}$ lungo una linea del tipo in figura —.

Qualunque sia la distribuzione di correnti libere e di materiali magnetici, la circolazione di H lungo il percorso è sempre e soltanto alle correnti libere totali che in qualche modo tagliano la superficie delimitata dal circuito stesso. Il calcolo è facile perché si conoscono le correnti.

È più complicata la circolazione di $\vec{B}$ perché in essa intervengono delle correnti superficiali che in generale, per corpi di forma arbitraria non sappiamo calcolare

N.B. in questa lezione abbiamo spesso detto che B non HA POLI; MA IL CONCETTO DI POLO MAGNETICO È MOLTO DIFFUSO: è un errore diffuso al livello [illegible] [illegible] oppure è giustificata l'adozione del termine "polo magnetico" nelle descrizioni ad es. dei materiali magnetici?

Quali poli, di una calamita ad es., non possono essere del campo $\vec{B}$, allora... nella prox lezione

L. 43. 12

LEZIONE 44

DIAMAGNETISMO, PARAMAGNETISMO, FERROMAGNETISMO E APPLICAZIONI

Prof. Paolo Allia
51'06"
Proprietà di H per la classificazione dei dielettrici
Materiale magnetizzato
Classificazione delle sostanze magnetizzabili
Applicazioni

Prima di classificare i materiali magnetizzabili secondo la loro suscettività o permeabilità magnetica ricordiamo che il campo B è un campo solenoidale privo di poli.
Ma nella terminologia comune si usa il termine poli di un campo magnetico: si fa riferimento, in questo caso, al campo magnetizzante H che gioca un ruolo fondamentale nella descrizione dei fenomeni magnetici nella materia e nei processi di magnetizzazione di materiali magnetici.

Una proprietà del campo H lo collega alle correnti libere che sono eventualmente presenti nell'intorno di materiali magnetizzabili.

$$\underbrace{\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l}}_{\text{CIRCOLAZIONE DI H ATTORNO A UNA LINEA CHIUSA QUALUNQUE}} = \underbrace{I_{lib}}_{\text{CORRENTE LIBERA TOTALE CHE FLUISCE ATTRAVERSO UNA SUPERFICIE QUALUNQUE DELIMITATA DALLA LINEA CHIUSA L SU CUI MISURIAMO LA CIRCOLAZIONE}}$$

} è in pratica il T. di Ampère per lo stesso campo H

La controparte differenziale della precedente forma integrale è:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_{lib}$$

IL ROTORE DI H IN OGNI PUNTO DELLO SPAZIO È UGUALE AL VETTORE DENSITÀ DI CORRENTI LIBERE EVENTUALMENTE PRESENTI NELLO STESSO PUNTO DI SPAZIO DOVE STIAMO CALCOLANDO IL ROTORE.

Una seconda equazione per H deriva dalle proprietà intrinseche del campo B, che non possiede poli magnetici

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{u}_N \, dS = 0$$

FLUSSO DI B LUNGO UNA QUALSIASI SUPERFICIE CHIUSA È ZERO.
T. DI GAUSS PER IL CAMPO B, PER LA MAGNETOSTATICA.

La controparte differenziale della precedente è:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

DIVERGENZA DI $\vec{B}$ UGUALE A ZERO

con $\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ e poiché l'operatore divergenza è un operatore differenziale lineare, posso sostituire $\vec{B}$ con l'altra espressione, ovvero

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

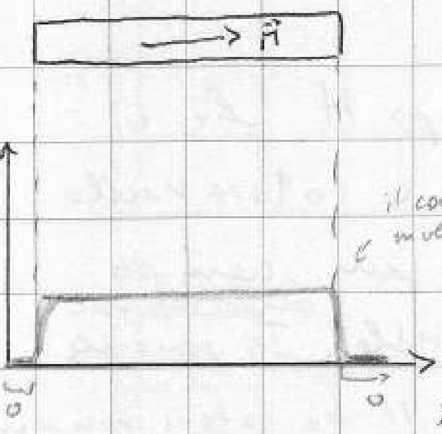
Quindi, ricapitolando, abbiamo:

densità delle correnti libere che fluiscono nel punto dello spazio

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{lib} \qquad \underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{H}}_{\text{rot } H} = \vec{j}_{lib} \qquad \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{H}}_{\text{div } H} = - \vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

$$\oint_B \vec{B} \cdot \vec{u}_N \, dS = 0 \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad B = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

Consideriamo ora una situazione semplice con un cilindro di materiale magnetizzato uniformemente lungo l'asse maggiore ed è magnetizzato spontaneamente, è cioè un magnete permanente che mantiene il suo stato magnetizzato anche in assenza di correnti libere, non è necessario applicare un campo esterno per magnetizzarlo.



Vediamo in un diagramma l'andamento della magnetizzazione di M lungo x; $\vec{M}$ ha la sola componente M_x. Vediamo come le due equazioni per H si trasformano in questo caso:

$$\underbrace{\vec{\nabla}\times\vec{H}}_{\text{rot } \vec{H}} = 0 \quad ; \quad \underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{M}}_{\text{div } \vec{M}} = \frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_y}{\partial y}+\frac{\partial M_z}{\partial z} \text{, quindi}$$

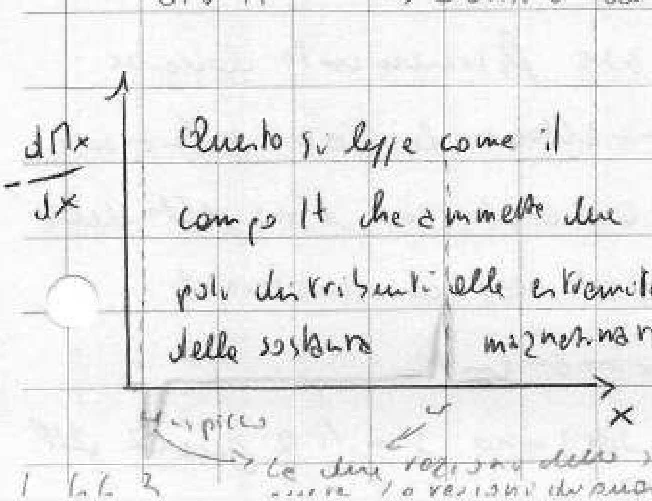
$$-\vec{\nabla}\cdot\vec{M} = -\frac{dM_x}{dx}$$

↳ scritto in derivata totale perché M dipende solo dalla x.

$$\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{H}}_{\text{div } \vec{H}} = \rho_H \equiv \left(-\frac{dM_x}{dx}\right)$$

COME SE CI FOSSERO DEI POLI DI CAMPO H che sono uguali alla divergenza di M in ogni punto

↳ densità dei poli ρ_H perché per ρ_H intendiamo per definizione proprio $-\frac{dM_x}{dx}$



Questo si legge come il campo H che ammette due poli distribuiti alle estremità della sostanza magnetizzare

L'andamento del grafico della densità della magnetizzazione; la densità insiste sulla pendenza di una curva e poi sarà ≠ 0 dove c'è un forte cambiamento della magnetizzazione nello spazio. che infatti sulla pendenza di una curva

dove la densità della magnetizzazione ≠ 0 sono

→ Le due regioni dello spazio sono le regioni di queste discontinuità, dove c'è un forte cambiamento della magnetizzazione nello spazio.

1 lbl 3

Dunque in questa situazione il campo H ammette dei poli distribuiti alle estremità dello sistema magnetizzato, dove si ha una discontinuità o quasi discontinuità della magnetizzazione, ovvero, in generale, dove la magnetizzazione ammette una divergenza diversa da zero.

Quindi abbiamo dei poli di campo H che è un campo a rotore nullo, e si dice essere un campo "irrotazionale" (campo conservativo). In generale il campo H ha rotore non nullo, se in presenza di correnti libere $\vec{I}$ es.

$$\begin{cases} \underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{H}}_{\text{rot } \vec{H}} = 0 \\ \underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{H}}_{\text{div } \vec{H}} = \rho_H \equiv \left(-\frac{dM_x}{dx}\right) \end{cases}$$

CAMPO a rotore nullo, in questo caso; il campo H è irrotazionale e

il campo H ammette dei poli laddove è discontinua, ovvero dove la derivata della magnetizzazione è ≠ 0

Da notare una analogia molto stretta tra il campo H statico, in questo caso particolare e il campo E elettrostatico, che è anch'esso un campo irrotazionale, ovvero conservativo, il cui rotore è 0, ovvero

$$\begin{cases} \underbrace{\vec{\nabla} \times \vec{E}}_{\text{rot } \vec{E}} = 0 \\ \underbrace{\underbrace{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}}_{\text{div } \vec{E}} = \underbrace{\rho}_{\text{ro, densità di carica}} / \varepsilon_0}_{\text{T. di Gauss per } \vec{E} \text{ in forma differenziale}} \end{cases}$$

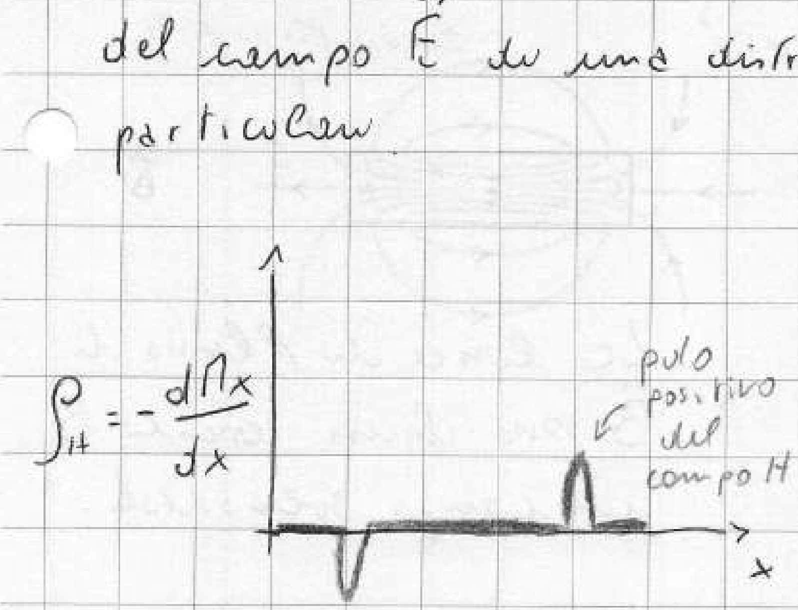
Il campo $\vec{E}$ è irrotazionale
e
le sorgenti del campo E sono dei poli e questi poli sono le cariche e in questo caso, la densità di cariche elettriche in ogni punto.

Questo dimostra che se due grandezze fisicamente diverse soddisfano le stesse equazioni esse ammettono le stesse soluzioni e questo può essere verificato andando ad esplorare l'aspetto delle linee di forza del campo H associato ad un materiale magnetico che sia un magnete permanente.

Le linee di forza del campo H saranno simili a quelle del

L. 66.6

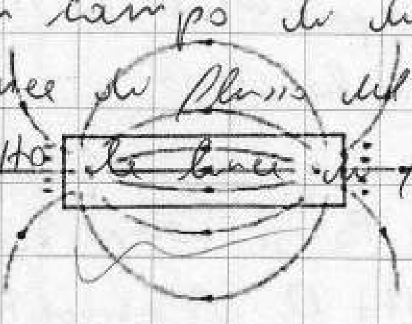
del campo $\vec{E}$ di una distribuzione di cariche molto particolare.



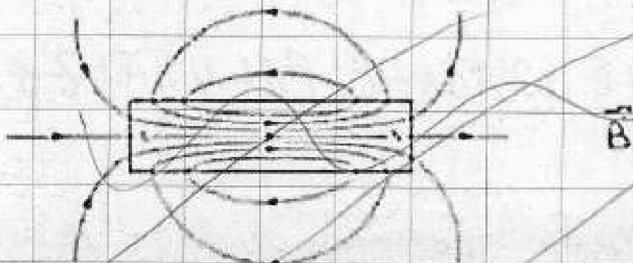
Abbiamo in figura i poli del campo H e $-\frac{dM_x}{dx}$ è, per definizione ρ_H. Sul materiale compaiono dei poli del campo H che sono positivi e poli che sono negativi. Praticamente ho poli del campo H che vanno a collocarsi all'interfaccia materiale / vuoto destra e sinistra.

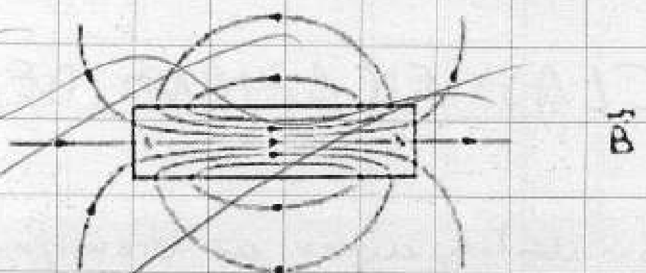
Questo fa sì che le linee di flusso del campo H siano simili alle linee di flusso di un campo elettrico $\vec{E}$ generato da due distribuzioni di carica, una positiva e una negativa uguali e poste a una certa distanza, quindi una specie di dipolo elettrico.

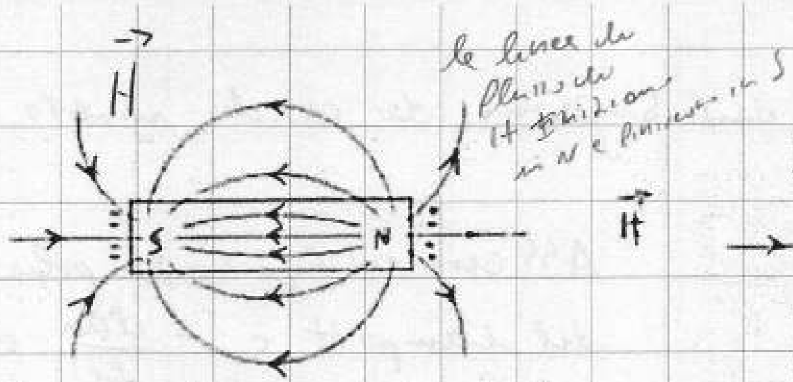
L'andamento di H è grossolanamente quello di un campo di dipolo, elettrico, ma si tratta di linee di flusso del campo H.

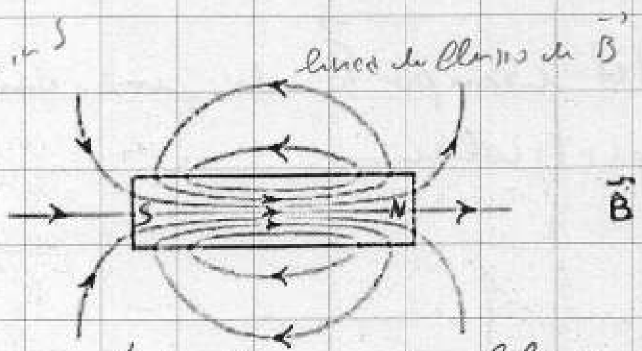


Sotto le linee di flusso del campo H e del campo B:









Il campo H autogenerato dalla magnetizzazione del materiale punta in direzione opposta all'interno del materiale.
Il campo autogenerato H all'interno di un magnete ha spesso il nome di campo smagnetizzante o demagnetizzante, proprio perché si oppone alla magnetizzazione in qualche modo.
Il campo H non è un campo solenoidale

Le linee di flusso di $\vec{B}$ sono chiuse, essendo $\vec{B}$ un campo solenoidale.

L'analogia fra H e B sta nelle linee di flusso esterne al materiale: esse sono le stesse.
Questo perché all'esterno del materiale non esiste magnetizzazione e $B = \mu_0 H$, quindi, a parte un fattore μ_0 che è un fattore di scala, il comportamento di H e di B è lo stesso.

All'interno del materiale il vettore B si comporta in modo molto diverso da H perché B è $\mu_0 H + M$, M magnetizzazione uniforme del materiale.

CLASSIFICAZIONE DELLE SOSTANZE MAGNETIZZABILI

Si distinguono in diamagnetiche, paramagnetiche e ferromagnetiche. Questa distinzione è data dai valori tipici della suscettività magnetica, valori che si riscontrano nelle sostanze allo stato solido, liquido o gassoso. L'andamento è il seguente:

SOSTANZE DIAMAGNETICHE $\underbrace{\chi_m}_{\text{suscettività magnetica}} < 0 \quad (|\chi_m| = 10^{-5})$

$\underbrace{\mu_r}_{\text{permeabilità magnetica relativa}} = 1 + \chi_m < 1$ (prossimo a 1

SOSTANZE PARAMAGNETICHE $\chi_m > 0 \quad (= 10^{-5})$

$\mu_r = 1 + \chi_m > 1$ (prossimo a 1

relativo 10^{-5}

SOSTANZE FERROMAGNETICHE $\chi_m > 0 \quad (10^3 - 10^5)$

$\mu_r >> 1$

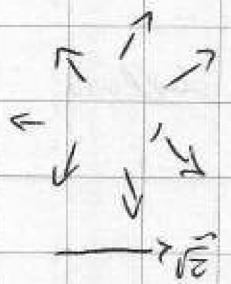
suscettività e permeabilità sono le stesse, in pratica

Dunque la maggior parte delle sostanze, escluse quelle ferromagnetiche hanno una permeabilità intrinseca μ_r che è sostanzialmente quella del vuoto, con piccolissime alterazioni.

Il DIAMAGNETISMO è un fenomeno molto diffuso, tutte le sostanze presentano diamagnetismo.
Esso è un fenomeno generale.
Le sostanze paramagnetiche e ferromagnetiche si comportano in questo modo per la sovrapposizione di effetto al diamagnetismo comunque presente.
Il diamagnetismo si spiega semplicemente pensando all'effetto di un campo magnetico sopra una corrente, quindi sopra una carica in moto.
Sappiamo che un campo magnetico agisce sopra una carica

in moto per effetto della forza di Lorentz che è proporzionale alla velocità delle cariche in moto e alla intensità del campo magnetico B e si dimostra che l'effetto del campo magnetico sulle cariche in moto che costituiscono le correnti elettroniche negli intorni degli atomi è quello di modificarne lo stato di moto in modo tale che si vengono a creare o modificare il valore del momento magnetico intrinseco legato alla corrente considerata.
Questa modifica è sempre opposta al valore del momento magnetico già eventualmente presente nel materiale.
Quindi significa che la magnetizzazione tende a diminuire in presenza di un campo applicato rispetto a quando non avviene in assenza del campo applicato e questo dà luogo a una costante di suscettività negativa.

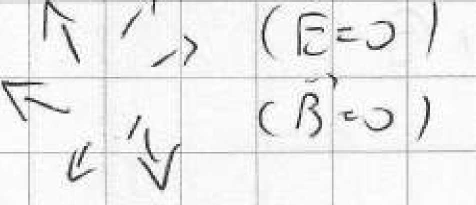
IL PARAMAGNETISMO trova spiegazione in quello che è la polarizzazione per orientamento di materiali dielettrici.

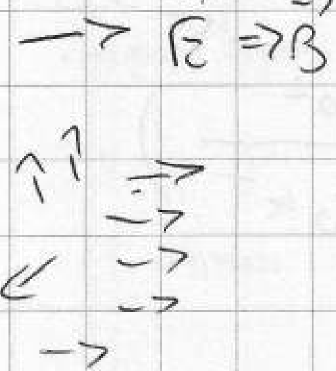


Se esistono dei momenti di dipolo elettrico indipendenti in un materiale. Esiste un dipolo elettrico permanente.
Un campo elettrico esterno E modifica l'orientamento dei dipoli che sono in interazione singolarmente con il campo elettrico considerato e tendono ad orientarsi lungo il campo elettrico, nella direzione del campo elettrico. Il campo elettrico tende ad ordinare l'insieme dei dipoli elettrici al contrario degli ~~stati~~ [illegible] effetti disordinanti dell'agitazione termica.

L. 118

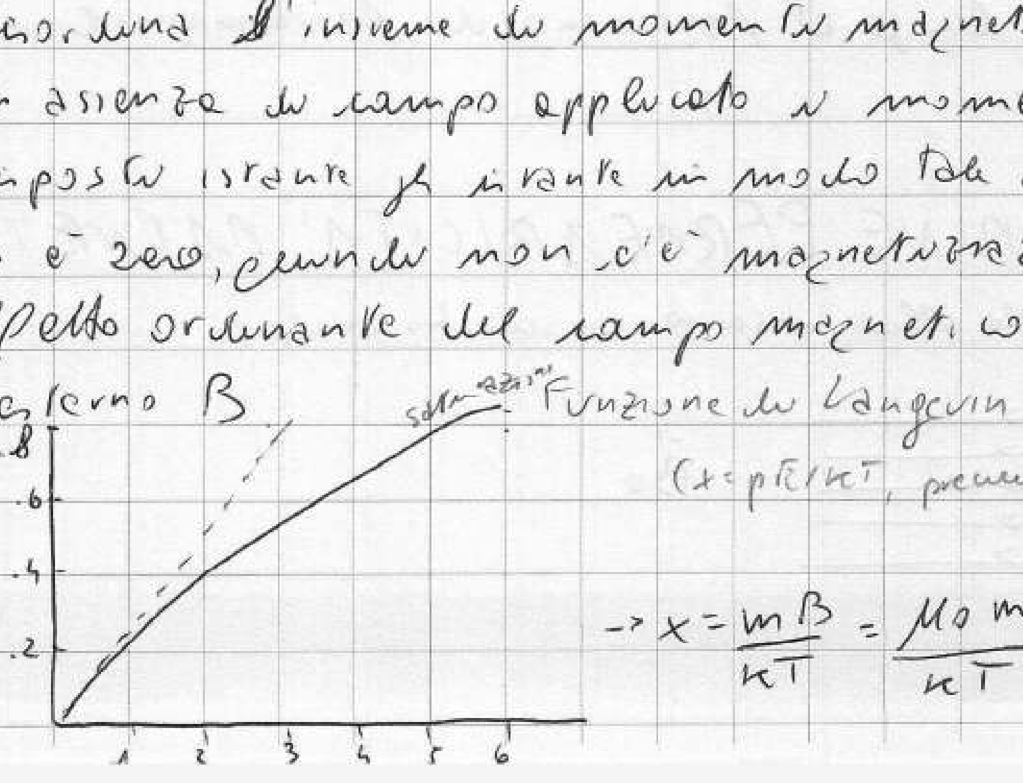
Nel caso di un materiale paramagnetico abbiamo dei dipoli magnetici che sono praticamente non interagenti fra di loro e sentono l'effetto di un campo esterno B, in un caso o nell'altro no.





Ci sono i dipoli magnetici elementari perché sono collegati alla correnti elettroniche che in determinati atomi sono sbilanciate, quindi danno luogo ad una corrente elettronica netta e quindi in sostanza ad un momento di dipolo permanente. Supponiamo che questi dipoli non interagiscano tra di loro, sentono un campo esterno $\vec{B}$ che è presente nel materiale prodotto ad es. dall'esterno e si orientano nella direzione del campo. Abbiamo una stretta analogia con il caso dielettrico.

C'è ancora una competizione tra l'agitazione termica che disordina l'insieme di momenti magnetici e fa sì che in assenza di campo applicato i momenti magnetici sono disposti istante p. istante in modo tale che la loro somma è zero, quindi non c'è magnetizzazione e un effetto ordinante del campo magnetico, in questo caso, esterno B



$$\rightarrow x = \frac{mB}{kT} = \frac{\mu_0 mH}{kT}$$

1 44 9

A temperature alte la funzione tende a 1.
È un fenomeno, il paramagnetismo, di processi di orientamento indotto da una causa ordinante che è il campo esterno e contrastato dall'agitazione termica.

PARAMAGNETISMO DI CURIE

(ORIENTAZIONE DI DIPOLI MAGNETICI)

momento di dipolo per unità di volume — momento magnetico singolo dipolo — funzione di Langevin

$$M = n m L\left(\frac{m \mu_0 H}{kT}\right) \qquad \left[P = n p L\left(\frac{pE}{kT}\right)\right]$$

↳ magnetizzazione

↳ orientazioni dipoli elettrici, P è lineare con E

$$\chi_m = \frac{n m^2 \mu_0}{3kT} \qquad \left(\chi_e = \frac{n p^2}{3 \varepsilon_0 k T}\right)$$

T → T. assoluta

k → costante di Boltzmann

↳ suscettività magnetica lontano da saturazione, dove m è lineare con H

↳ Suscettività elettrica

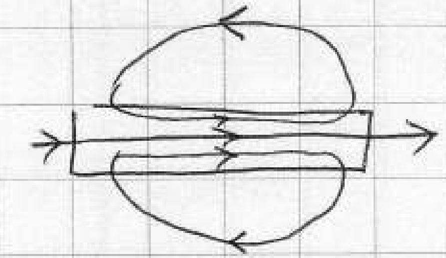
MATERIALI PARAMAGNETICI: L'EFFETTO ORDINANTE È DATO DA UN CAMPO ESTERNO (magnetico) 41'30"

L'effetto di interazioni tra momenti magnetici localizzati dà luogo al fenomeno di ferromagnetismo.

IL TERMINE PERMEABILITÀ MAGNETICA

Deriva dalla fluidodinamica con cui ha analogie.

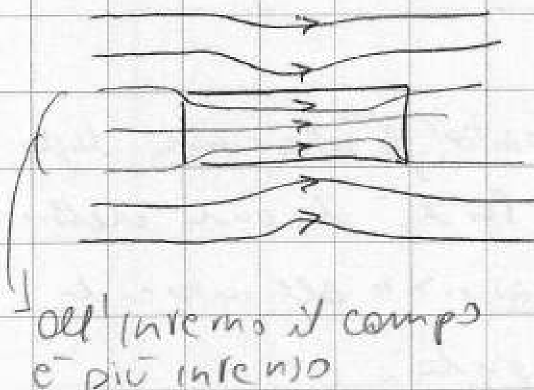
L. 44.10

2) 

$\vec{B}_{mat}$ materiale ferromagnetico con permeabilità $\overset{elevata}{è} >> 1$

campo del materiale ferromagnetico

3) Il campo B_{TOT} è:



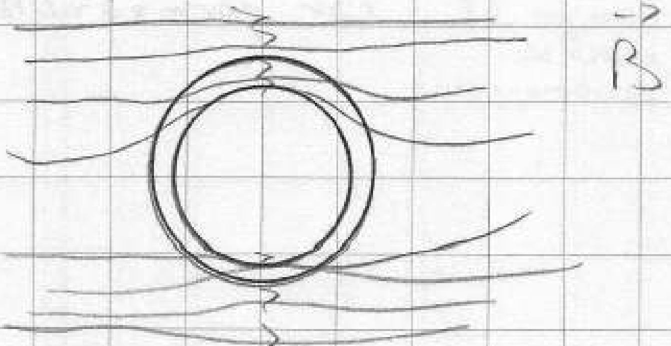
$\vec{B}_{TOT}$ è la somma vettoriale in ogni punto del campo $\vec{B}_0$ e $\vec{B}_{mat}$

Si pensi alle linee di flusso ad un vero e proprio fluido; mettere un materiale ferromagnetico ad elevata permeabilità all'interno di un campo magnetico, significa in qualche modo "succhiare" all'interno del materiale le linee di flusso di B.

Da tenere conto che il campo B è solenoidale: le linee di flusso di B non termina e non nasce da nessuna parte. Sono linee continue che non possono intersecarsi. Quindi se da qualche parte B viene aumentato, da qualche altra parte deve diminuire.

Quello che succede è che il materiale magnetico si comporta come una specie di spugna per le linee di forza del campo B. Tende ad assorbire le linee di forza del campo B e tende quindi ad impoverire il campo B nelle sue immediate vicinanze.

Questo effetto trova applicazione nei fenomeni di schermatura : schermi magnetici



Per i campi elettromagnetici dinamici bastano gli schermi degli strati metallici di opportuno spessore. Perché le onde elettromagnetiche non si propagano e vengono assorbite all'interno di metalli con opportuna lunghezza d'onda.

È difficile schermare campi magnetici statici

Quesito : magneti permanenti e non permanenti.

Origine microscopica comune?

Materiali magneticamente dolci e duri nella prox

L. 44 12

LEZIONE 45

INTRODUZIONE ALL'OTTICA

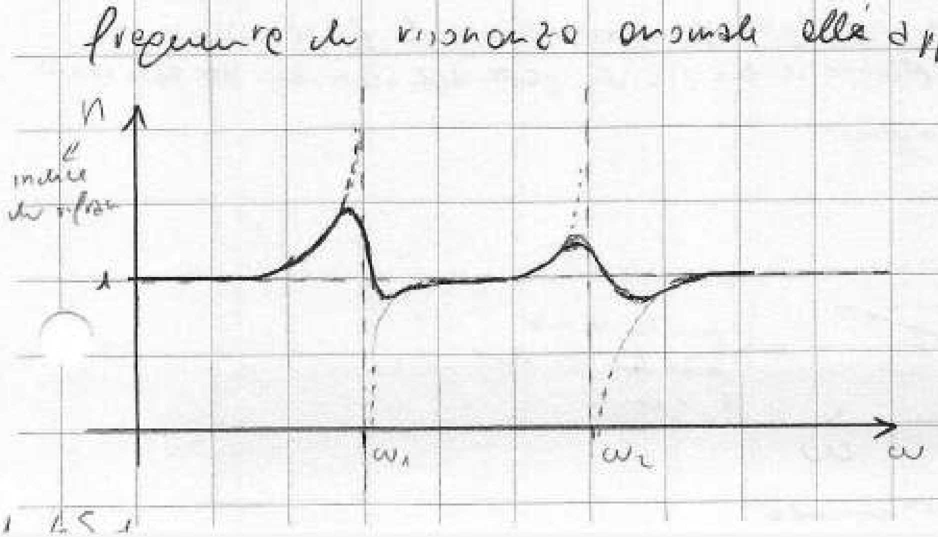
Prof. Paolo Allia
51'42''
Indice di rifrazione complesso
Assorbimento della luce
Dispersione della luce
Generazione di onde elettromagnetiche nel visibile
Ottica ondulatoria e geometrica

INDICE DI RIFRAZIONE COMPLESSO

Si ricordano le proprietà di polarizzazione dei dielettrici con il concetto di costante dielettrica relativa che dà una informazione sul grado di polarizzazione di un mezzo materiale sotto l'effetto di un campo elettrico applicato.

La costante dielettrica è il rapporto tra il vettore spostamento elettrico $\vec{D}$ e il campo elettrico $\vec{E}$

La costante dielettrica può essere ed è in generale una funzione piuttosto complicata della frequenza del campo polarizzante questo perché la risposta elettrica di materiale dielettrico ad un campo elettrico applicato è in ultima analisi dovuta alla risposta di elettroni legati agli atomi o alle molecole del dielettrico. Questi elettroni possono avere delle frequenze di risonanza anomale alla applicazione di un campo elettrico.



Andamento di una costante dielettrica relativa di un mezzo ideale in funzione della frequenza; ovvero delle pulsazioni del campo applicato

La costante dielettrica complessa è la base del ns. ragionamento

INDICE DI RIFRAZIONE COMPLESSO
E SUA RAPPRESENTAZIONE

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\overset{=v}{\sqrt{\varepsilon\mu}}}{\underset{=c}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \simeq \sqrt{\varepsilon_r}$$

è un numero complesso

c = velocità luce nel vuoto

v = velocità luce nel mezzo

$\mu = \mu_0\mu_r$

↳ se materiale diamagnetico o paramagnetico, non ferromagnetico, $\mu_r \simeq 1$

$$n = \underset{\text{indice di rifrazione}}{n'} + i\,n''$$

n è funzione della frequenza.

$$n' = 1 + \frac{ne^2}{2\varepsilon_0 m}\,\frac{(\omega_0^2-\omega^2)}{\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2\right]}$$

↓ parte reale di n

n' = 1 in corrispondenza di $\omega_0 = \omega$ (inviando un campo alternato di freq. ω)

$$n'' = -\frac{ne^2}{2\varepsilon_0 m}\,\frac{\omega\gamma}{\left[(\omega_0^2-\omega^2)^2+\omega^2\gamma^2\right]}$$

fattore di proporzionalità di n'' è piccolo. Non è trascurabile se il denominatore è piccolo

↓ parte complessa di n

n'' grande se $\omega_0 = \omega$

n = numero di dipoli oscillanti per unità di volume

e = carica dell'elettrone

ε_0 = costante dielettrica nel vuoto

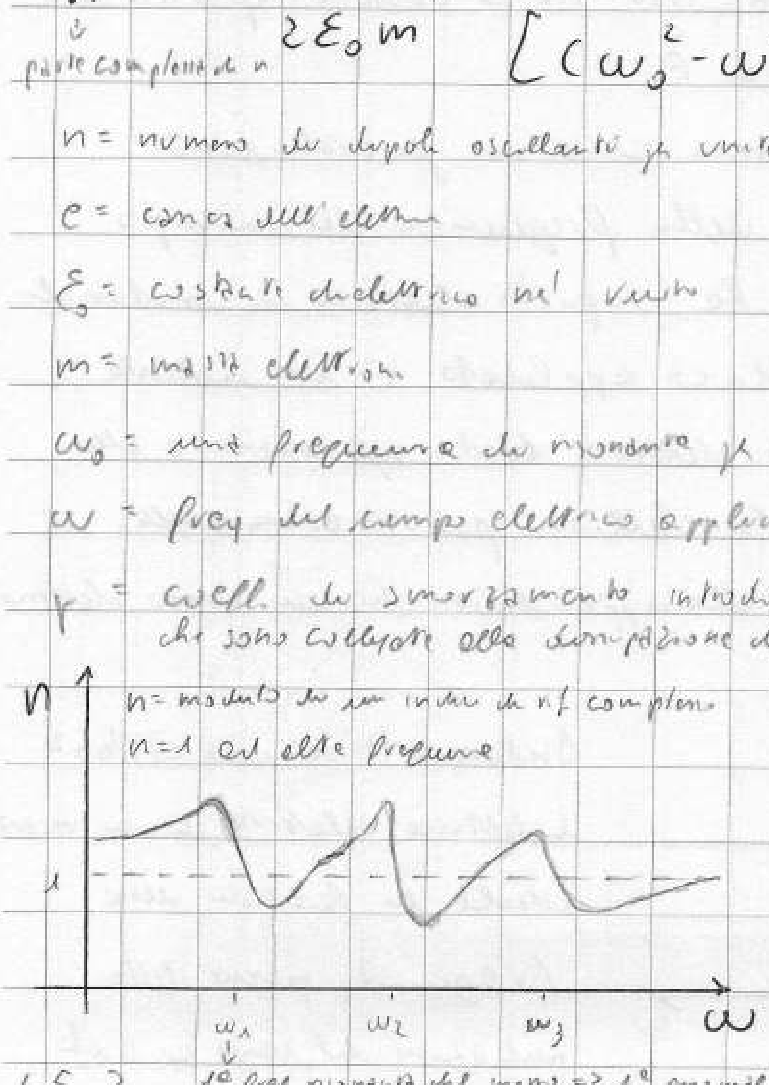
m = massa elettroni

ω_0 = una frequenza di risonanza per gli elettroni considerati

ω = freq del campo elettrico applicato

γ = coeff. di smorzamento introdotto per parametrizzare le forze viscose che sono collegate alla dissipazione di energia da parte degli elettroni nel loro moto

N.B.: un singolo atomo ha più freq di risonanza, che devono essere sommate => anomalie dell'indice di rifrazione in corrispondenza delle frequenze di risonanza, che riflettono le anomalie della costante dielettrica, come visto in fig.



[per la velocità della luce nel mezzo è > di c

1° freq. risonanza del mezzo => 1° anomalia

La presenza di una parte immaginaria nell'indice di rifrazione, il significato

ASSORBIMENTO DELLA RADIAZIONE ELETTROMAGNETICA DA DIELETTRICI

$$E = E_0 e^{-i(kx-\omega t)}$$ (questa è una forma armonica)

$$\omega = kv$$

↳ velocità di propagazione dell'onda

k = numero d'onda $[l^{-1}]$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ↳ lunghezza d'onda spaziale dell'onda elettromagnetica incidente

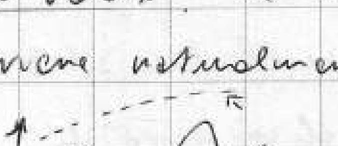
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ ↳ periodo temporale dell'onda

$$E = E_0 e^{-i\omega(\frac{x}{v}-t)} = E_0 e^{-i\omega(\frac{xn'}{c}-t)} =$$

$$= E_0 e^{-i\omega(\frac{xn'}{c}-t)} e^{-\omega\frac{|n''|}{c}x} \quad (n''<0)$$

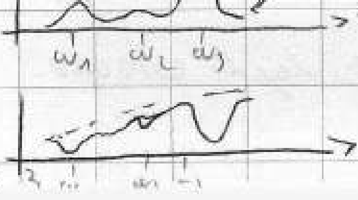
Un'onda elettromagnetica che si propaga in un mezzo materiale dotato di indice di rifrazione complesso, luce, viene assorbita.
L'assorbimento non è evidente specialmente lontano dalle frequenze di risonanza del mezzo materiale.

Vediamo ora il caso di un mezzo materiale in cui venga applicata luce con una distribuzione spettrale abbastanza ampia, ovvero luce non di una sola lunghezza d'onda ma con tutte le frequenze racchiuse in un certo intervallo. Un classico esempio è la luce bianca, che è sovrapposizione di onde elettromagnetiche aventi frequenze comprese fra un certo intervallo di valori. La scomposizione della luce nelle componenti spettrali avviene naturalmente coll'arcobaleno.



Radiaz. incidente

Assorbimento (selett



Radiaz. trasmessa = quella che esce dal mezzo attraversato

In un vetro colorato, attraversato da luce esistono atomi specifici i cui elettroni hanno delle frequenze di risonanze che si trovano nella parte del visibile equivalenti al colore, il rosso, nella parte azzurro violetto, quindi lontano dal rosso e questo significa che nel materiale viene compiuto un assorbimento selettivo delle frequenze del verde, del blu e del violetto.

Se alla luce bianca viene sottratta una componente verde-azzurra-violetta rimane dominante una componente rossa e gialla e quindi la luce in uscita dal vetro rosso avrà una caratteristica spettrale completamente diversa e il nostro occhio vede questa differenza di comportamento spettrale come colore della luce.

Questo è un classico fenomeno di assorbimento selettivo da parte di atomi presenti in determinati mezzi dielettrici.

L'ASSORBIMENTO DELLA LUCE A CERTE FREQUENZE DA UN MEZZO DIELETTRICO AVVIENE IN CORRISPONDENZA DI FENOMENI DI RISONANZA TRA GLI ELETTRONI LEGATI CHE COSTITUISCONO GLI ATOMI CHE COMPONGONO IL MEZZO DIELETTRICO, E CAMPO ELETTRICO DELLA LUCE E QUINDI DELL'ONDA ELETTROMAGNETICA CHE STA PASSANDO NEL MEZZO, CHE SI STA PROPAGANDO NEL MEZZO.

Il fenomeno di assorbimento è in sostanza un fenomeno di risonanza. Alla risonanza si ha un massimo trasferimento di energia tra l'entità che compie l'azione oscillatoria, quindi la forza agente sull'oscillatore e l'oscillatore stesso.

Il campo elettrico che è la forza agente, diminuirà gli effetto dell'assorbimento energetico da parte degli atomi

DISPERSIONE DELLA LUCE

$c = \lambda_0 \nu$ ↳ lungh. d'onda
↳ freq nel vuoto

$v = \lambda_m \nu$ (la freq non cambia)
↳ in un mezzo

$$\lambda_m = \frac{\lambda_0}{n}$$
λ_0 = lunghezza d'onda nel vuoto
n = indice di rifrazione

GENERAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE NEL VISIBILE

LEZIONE 46

OTTICA GEOMETRICA

Prof. Paolo Allia
51'48''
Leggi dell'ottica geometrica
Il prisma (funzione specifica dell'indice di rifrazione)
Angolo limite (teoria dell'informazione fibre ottiche)

La luce è un'onda elettromagnetica di frequenza altissima e come tale è descritta in modo completo in termini di un formalismo tipicamente ondulatorio.
Di fatto l'ottica geometrica rappresenta una semplificazione interessante in un numero grandissimo di applicazioni.

La lunghezza d'onda della luce visibile è tra 0.30 e 0.65 micrometri (10^{-6} m)

Si consideri una luce laser, monocromatica, puntata verso una camera di osservazione che entra da un foro.
Nella camera si osserverà la luce su un supporto in linea con il laser e il foro; si osserverà inoltre se qualcosa è frapposto fra il laser e il punto di osservazione. In pratica non capita nulla di nuovo nell'osservazione fino a che il diametro del foro, per rimpicciolendolo, resta sufficientemente grande rispetto alla tipica lunghezza d'onda della luce visibile, che come detto è tra 0.30 e 0.65 micrometri (10^{-6} m).
Quando il foro è molto maggiore di 1 micrometro abbiamo sempre immagini nette, ombre nette, contorni definiti e una descrizione di tipo geometrico della luce che sta penetrando nella camera che è allo scuro.

Quando il foro raggiunge le dimensioni tipiche della lunghezza d'onda della luce allora quello che avviene è qualcosa di molto più complicato nel senso che la macchia luminosa posta a valle del foro su uno schermo non è più tale: si vengono a creare delle specie di anelli sulla ~~macchia~~ larga. Anelli che hanno illuminazione più intensa e meno intensa concentrici.

La teoria a raggi non riesce a spiegare questo.

Se tra la luce e l'osservatore si mette un oggetto di dimensioni piccole, come il foro ad es, l'ombra presenta caratteristiche particolari e totalmente diverse dalla quotidiana esperienza.

Si tratta dell'insorgenza di nuovi fenomeni, di interferenza, in questo caso di diffrazione della luce non spiegabili con un formalismo di tipo geometrico, ma devono essere spiegate sulla base delle considerazioni ondulatorie che sono quelle più complete

LEGGI DELL'OTTICA GEOMETRICA

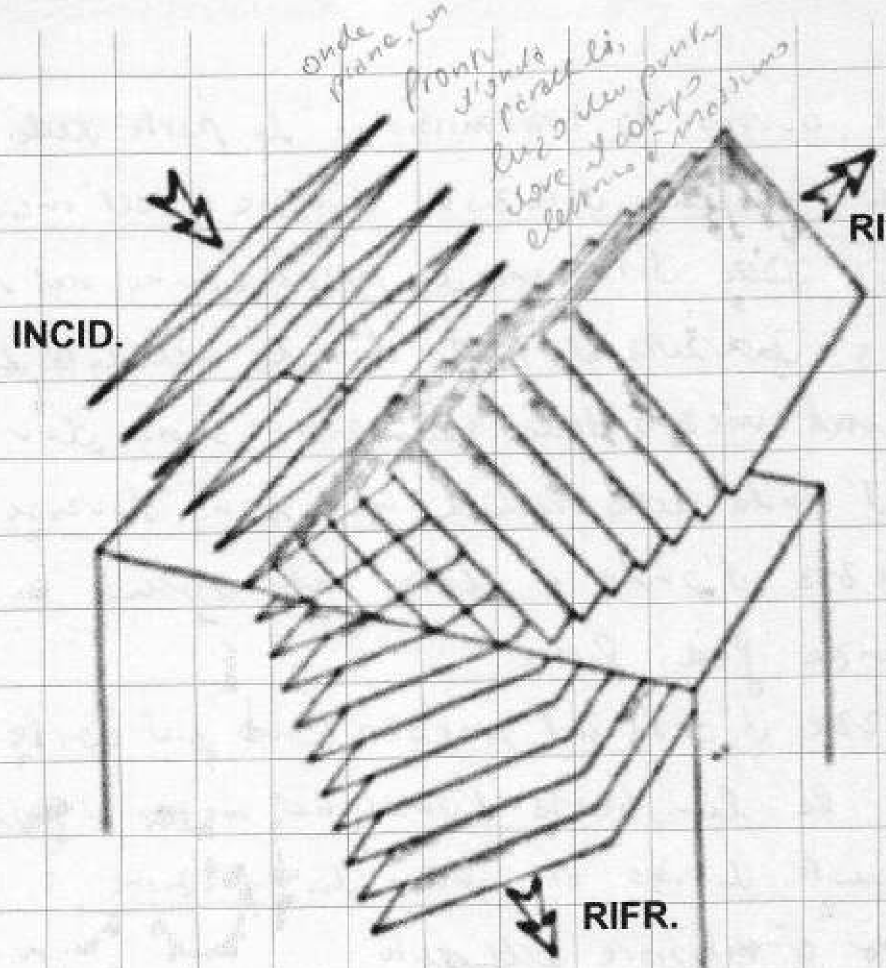
Il raggio è correlato all'onda in quanto il raggio è normale al fronte d'onda, coincide con la direzione di propagazione delle onde luminose.

Di seguito la fenomenologia di un treno di onde piane, quindi di una successione di onde piane che incide sopra un mezzo dielettrico trasparente nel quale l'onda elettromagnetica può propagarsi ed esiste una netta superficie di separazione tra il mezzo e l'aria o il vuoto.

indice = 1

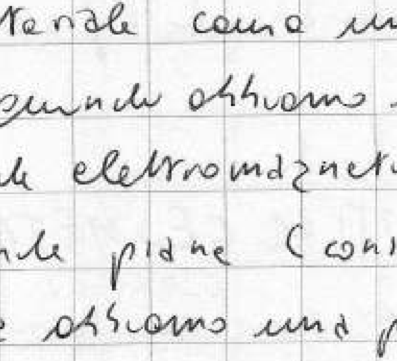
1.46.2

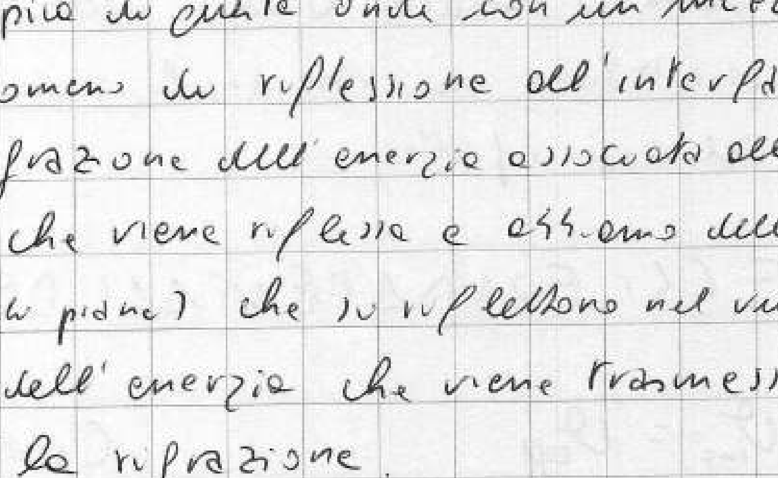
ne parleremo [illegible]



L'interazione macroscopica di queste onde con un mezzo materiale causa un fenomeno di riflessione all'interfaccia e quindi abbiamo una frazione dell'energia associata alla onde elettromagnetiche che viene riflessa e abbiamo delle onde piane (considerate piane) che si riflettono nel vuoto e abbiamo una parte dell'energia che viene trasmessa nel mezzo e questa è la rifrazione.

Questa è una rappresentazione di tipo ondulatorio, nella figura successiva questa situazione viene riportata in termini geometrici





La rifrazione, ovvero la trasmissione di parte della luce nel mezzo materiale, ha una direzione diversa dall'incidenza dell'onda, cioè dalla direzione di propagazione nel vuoto.
La differenza è dovuta al fatto che le velocità di propagazione nel vuoto e nel mezzo della radiazione sono diverse e le lunghezze d'onda della radiazione sono diverse.
La lunghezza d'onda è data, nella figura a sinistra, dalla distanza fra linee.
Le lunghezze d'onda nel mezzo sono più corte di quella nel vuoto: la lunghezza d'onda nel mezzo è uguale a quella nel vuoto diviso n, indice di rifrazione, che nel mezzo è maggiore dell'unità.
A destra il modello a raggi dello stesso fenomeno, con esplicitazione dei vari angoli: di incidenza, di rifrazione e del raggio riflesso

LEGGI FONDAMENTALI DELL'OTTICA GEOMETRICA

(SONO 2)

vale per fenomeni speculari

1) $\vartheta_{inc} = \vartheta_{rifl}$ (riflessione)

parametrizzato spesso con n_{21}, indice di rifrazione del mezzo 2 rispetto al mezzo 1 $\Rightarrow \frac{\sin\vartheta_1}{\sin\vartheta_2} = n_{21}$

2) $\frac{\sin\vartheta_1}{\sin\vartheta_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (rifrazione) (o legge di Snell)

ϑ_2 → angolo rifratto

n → indice di rifrazione

NB: $n \cdot \sin\vartheta$ è costante all'interfaccia tra due mezzi.

Da notare che:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{v_2} \cdot \frac{v_1}{c} = \frac{v_1}{v_2}$$

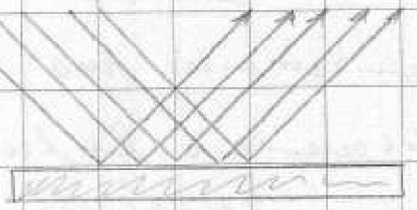
v_1 → velocità della luce nel mezzo 1

v_2 → velocità della luce nel mezzo 2

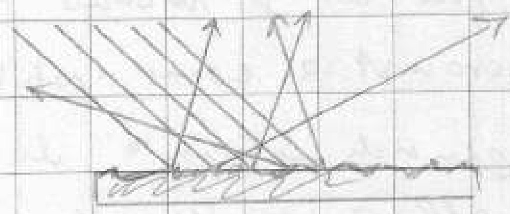
c → velocità della luce

Molto spesso il mezzo 1 è ~~la~~ aria o il vuoto, e allora $n_1 = 1$.

RIFLESSIONE SPECULARE E RIFLESSIONE DIFFUSA



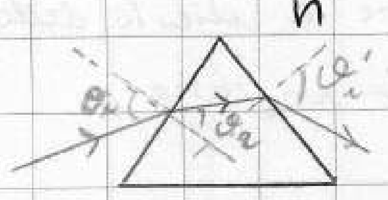
RIFLESSIONE SPECULARE



RIFLESSIONE DIFFUSA: OGNI ELEMENTO DI SUPERFICIE SI COMPORTA COME UNO SPECCHIO ORIENTATO IN MODO CASUALE.

(RAGGI PARALLELI $\Downarrow$ SORGENTE LONTANA)

IL PRISMA



PRISMA, è da considerare come il mezzo 2

$$\overset{\text{indice vuoto}}{1} \cdot \sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

$0 \leq \theta_1, \theta_2 \leq \frac{\pi}{2}$

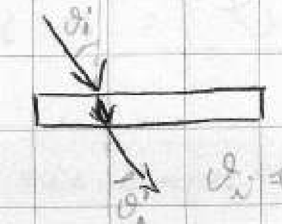
$\theta_2 < \theta_1$

θ_1' è l'angolo di uscita della luce dal prisma.

Il prisma consente di modificare la direzione dei raggi, consente di deviare un raggio dal suo cammino, verso un'altra direzione.

Dunque un prisma devia un raggio.

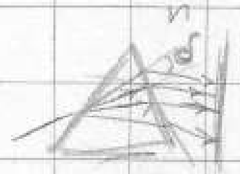
Da notare:



$\theta_1 = \theta_1'$

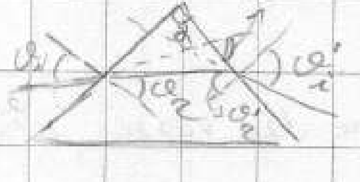
spostamento di fascio, il fascio è stato deviato.

Il prisma ha proprietà di dispersione della luce.
L'indice di rifrazione di un mezzo materiale è in generale funzione della frequenza, e quindi della lunghezza d'onda, della luce che lo attraversa.
Questo significa che se mando su un prisma luce non più monocromatica come ipotizzato precedentemente, ma bianca e quindi composta da varie frequenze e lunghezze d'onda, allora a seconda delle componenti (rosso, blu, viola) della luce bianca, avrò angoli di riflessione lievemente diversi.

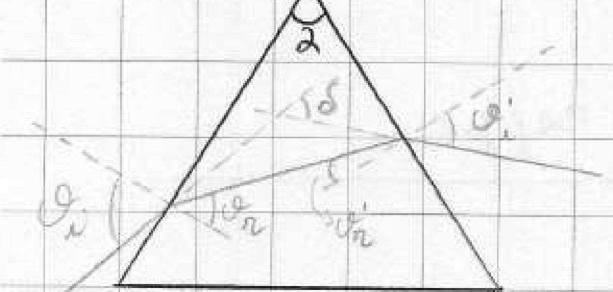


Da notare che ~~della~~ grande deviazione della luce, che dipende dall'indice di rifrazione e quindi della frequenza, è l'angolo formato tra la direzione di uscita della luce e la direzione di ingresso, l'angolo δ.

Questo angolo δ è minimo per un determinato angolo di incidenza



condiz
condiz



$$\theta_2 + \theta_2' = \alpha$$

$$\delta = \theta_1 + \theta_1' - \alpha$$

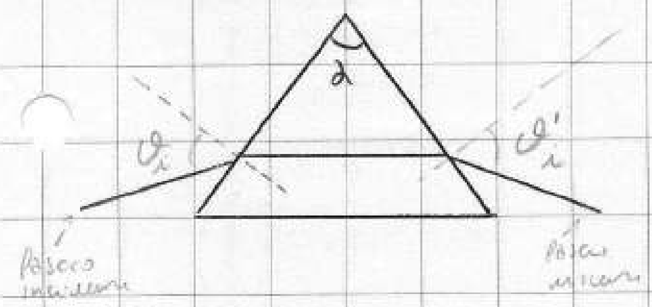
$$\sin \theta_1 = n \sin \theta_2$$

$$\sin \theta_1' = n \sin \theta_2'$$

δ minimo => minimizzare: $\dfrac{d\delta}{d\theta_1} = 0$

L.46.6

Nelle condizioni i



$$\theta_i = \theta'_i$$

$$\theta_2 = \theta'_2$$

Il fascio nel prisma viaggia parallelo alla faccia del prisma che è opposta all'angolo α.

Possiamo effettuare il calcolo

$$\theta_2 = \frac{\alpha}{2}$$

$$\underbrace{\delta_{min} = 2\theta_i - \alpha}$$ e inserendo queste nella legge di Snell:

$$\Downarrow$$

$$\theta_i = \frac{1}{2}(\delta_{min} + \alpha)$$

$$n = \frac{\sin[\frac{1}{2}(\delta_{min} + \alpha)]}{\sin[\frac{1}{2}\alpha]}$$

questo è un modo per ottenere informazioni sull'indice di rifrazione di un materiale; α è noto, si misura la deflessione, e quando essa è minima il suo valore è δ_{min}, per cui avendo α e δ_{min} è calcolabile n.

Questo metodo permette dunque la misurazione dell'indice di rifrazione di un materiale dielettrico trasparente molto facilmente. Inoltre l'indice di rifrazione è collegato alla costante dielettrica: esso è la radice quadrata della costante dielettrica quindi questa è anche una misura della costante dielettrica.

A frequenze molto basse la costante dielettrica può essere misurata con metodi capacitivi, ma non a queste frequenze, quelle della luce visibile

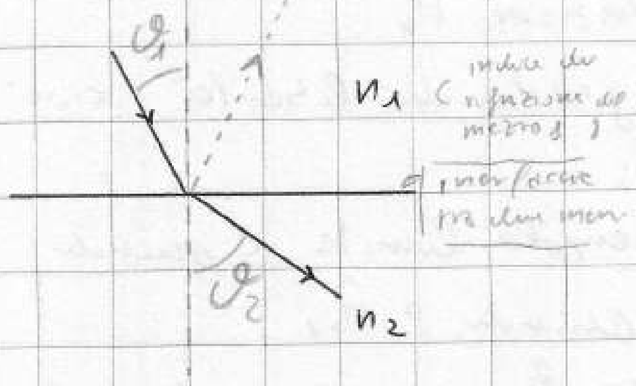
LEZIONE 47

INTERFERENZA DELLA LUCE

Prof. Paolo Allia
50'29''
Angolo limite
Ottica ondulatoria - fenomeni di interferenza
Interferenza e onde stazionarie (concetti introduttivi)

ANGOLO LIMITE

È un concetto di ottica geometrica connesso alla legge della rifrazione.



$$n_1 \sin\vartheta_1 = n_2 \sin\vartheta_2$$

$$n_1 > n_2 \Rightarrow n_{21} \equiv \frac{n_2}{n_1} < 1$$

indice di rifraz del mezzo 2 rispetto al mezzo 1

quindi $\sin\vartheta_1 = n_{21} \sin\vartheta_2 \Rightarrow \vartheta_2 > \vartheta_1$

Nel trattare il fenomeno della rifrazione, in qualche modo trascuriamo una sempre presente una riflessione della luce all'interfaccia. In realtà una parte molto spesso minoritaria della radiazione che incide sull'interfaccia viene riflessa secondo la legge della riflessione.

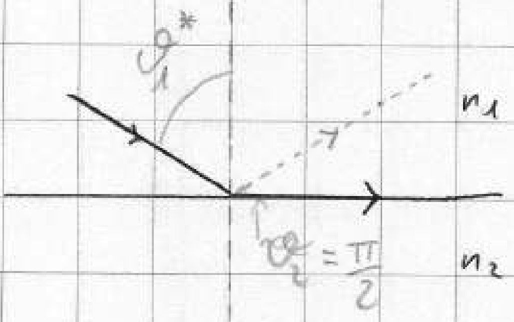
Se ϑ_2 raggiunge il valore di $\frac{\pi}{2}$ $\quad \vartheta_2 \to \frac{\pi}{2}$ compatibile $\sin\vartheta_2 \to 1$

quindi $\sin\vartheta_1^* = n_{21}$

Questo significa che se aumento l'angolo di incidenza ϑ_1

aumenterà anche l'angolo di rifrazione ϑ_2, ma ϑ_2 non può superare $\pi/2$.

Esiste un dato angolo di incidenza ϑ_1^* per il quale la luce ~~[illegible]~~ rifratta è parallela alla superficie di interfaccia, facendo corrispondere l'angolo di rifrazione $\vartheta_2 = \frac{\pi}{2}$



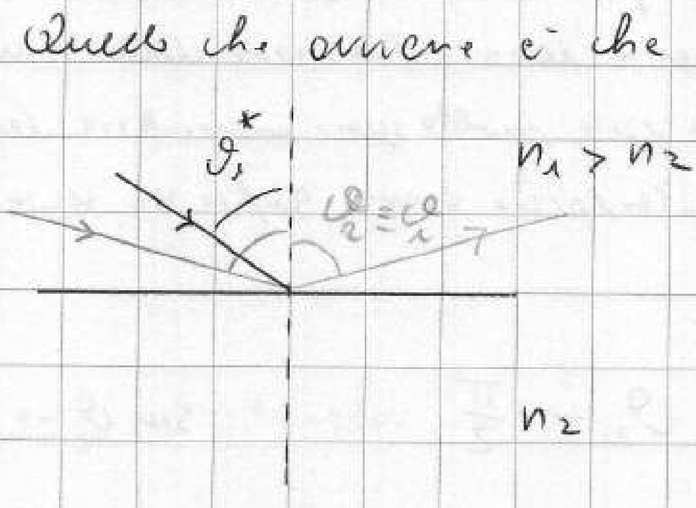
Ci sarà poi una modesta quantità di energia associata alla onda riflessa dall'interfaccia nella regione con indice di rifrazione n_1.

Su ϑ_1 abbiamo ancora dei gradi di libertà, cioè posso ancora aumentare ϑ_1.

Se ϑ_1 diventa superiore all'angolo limite e quindi se il $\sin\vartheta_1 > \sin\vartheta_1^*$ e quindi $> n_{21}$, l'equazione $\sin\vartheta_1 = n_{21}\sin\vartheta_2$ non ammette più soluzione reale per ϑ_2.

Quello che si può prevedere è che non ci sia più onda trasmessa nel mezzo 2.

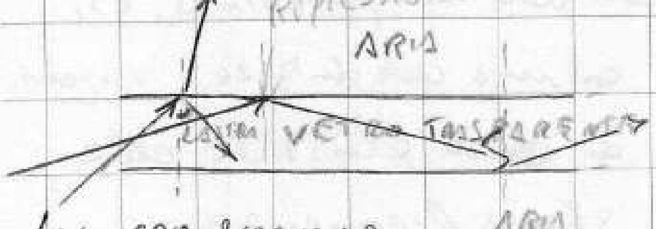
Quello che avviene è che per angoli ancora maggiori tutta la luce viene riflessa e in questo caso la componente riflessa non è più trascurabile, anzi è la componente dominante.



La radiazione che proviene dal mezzo 1 ed è diretta verso il mezzo 2, non prosegue nel mezzo 2 ma viene totalmente riflessa dal mezzo 1.

Questo non è solo una questione di intensità di luce ma è anche una questione di energia associata all'onda luminosa, in quanto l'onda luminosa trasmette energia. In questo caso l'energia viene mantenuta all'interno del mezzo 1, con indice di rifrazione n_1 e non va ad interessare il mezzo che ha indice di rifrazione n_2; con $n_1 > n_2$.

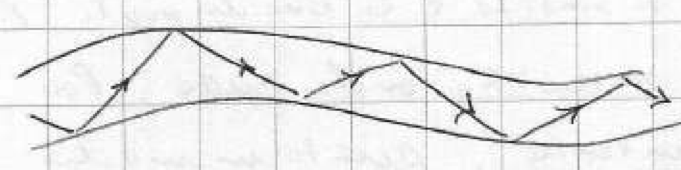
Questo trova uso in applicazioni che riguardano in qualche modo la capacità di guidare in qualche modo un raggio luminoso entro un mezzo materiale con indice di rifrazione più elevato dell'ambiente circostante (vetro, ad esempio).



Luce con frequenza lontana da quelle di risonanza => non assorbente, assorbimento trascurabile

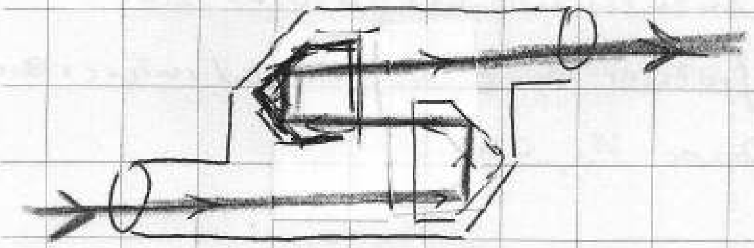
In questo modo posso trasferire intensità luminosa, energia e, se vogliamo, informazione da una estremità all'altra di una lastra dielettrica con indice di rifrazione sufficientemente elevato sfruttando il principio della riflessione totale multipla.

LA FIBRA OTTICA, fibra di vetro poco assorbente, che consentono la trasmissione della luce da un'estremità all'altra anche in presenza di curvatura. Anche per lunghissime distanze.



È una propagazione di segnali (luminosi) in un mezzo.

DUE PRISMI per traslare un raggio di luce in modo parallelo a se stesso.
È il principio applicato nei binocoli

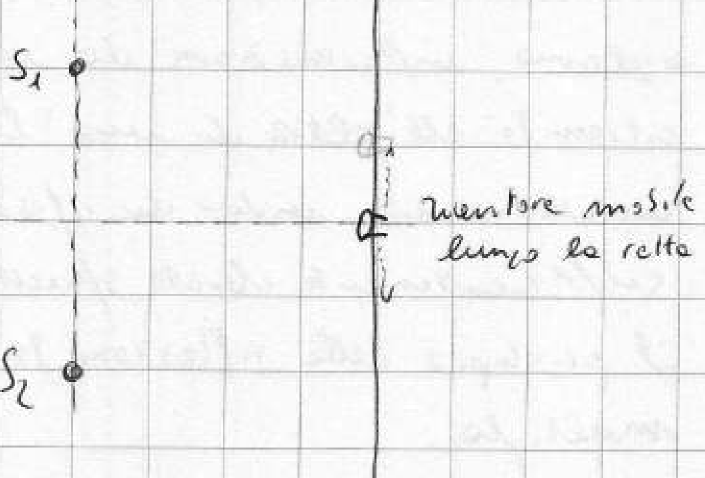


L'INTERFERENZA DELLA LUCE

19'00"

TIPICO FENOMENO DI OTTICA ORDINARIA. È UN FENOMENO DEL TUTTO GENERALE CON LE ONDE.

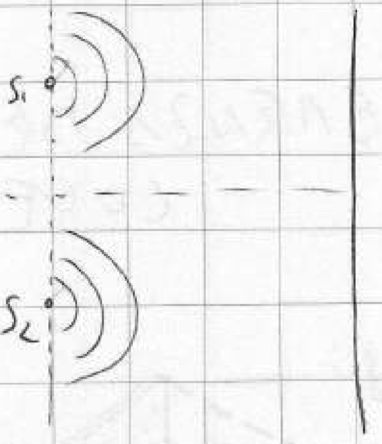
Come esempio quello delle onde sonore, con due altoparlanti S_1 e S_2,



ad una certa distanza e sorgenti di onde acustiche alla stessa frequenza.
Lo spostare il ricevitore fa sentire di più o di meno, a seconda della posizione, la nota.
Nel punto in figura la ricezione è massima: si sente un suono molto intenso.
Spostando il ricevitore il suono si smorza e ci sono dei punti, per la simmetria, in cui c'è poca ricezione, anche nulla. Poi spostandosi di nuovo ricezione intensa, questo in modo periodico con susseguirsi di zone ad alta ricezione e zone a bassa ricezione.
Questo perché le onde si sommano e siccome sono armonici,

la somma di funzioni armoniche possono andare da 0 ad un qualche valore, essendo esse variabili.

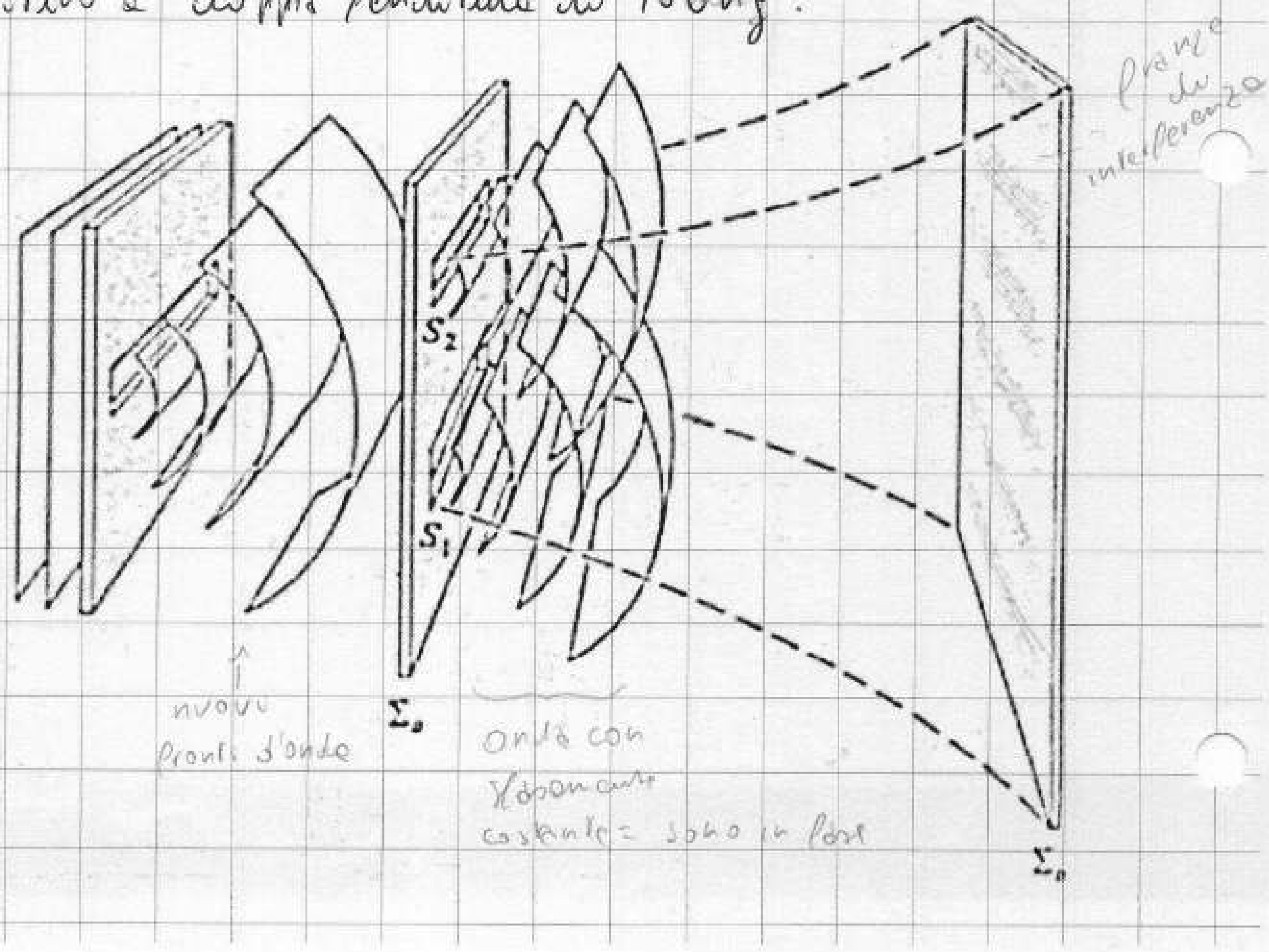
Usando sorgente luminosa, questa alterazione periodica non sussiste, ma perché non c'è corretto il sistema.
Per riscontrare interferenza c'è bisogno di due sorgenti puntiformi che emettano onde con la stessa frequenza e che siano in fase tra di loro.
In fase significa che dal momento che un'onda viene emessa, l'altra sorgente fa altrettanto; l'onda ha lo stesso valore ad un dato istante, le onde sono emesse insieme.



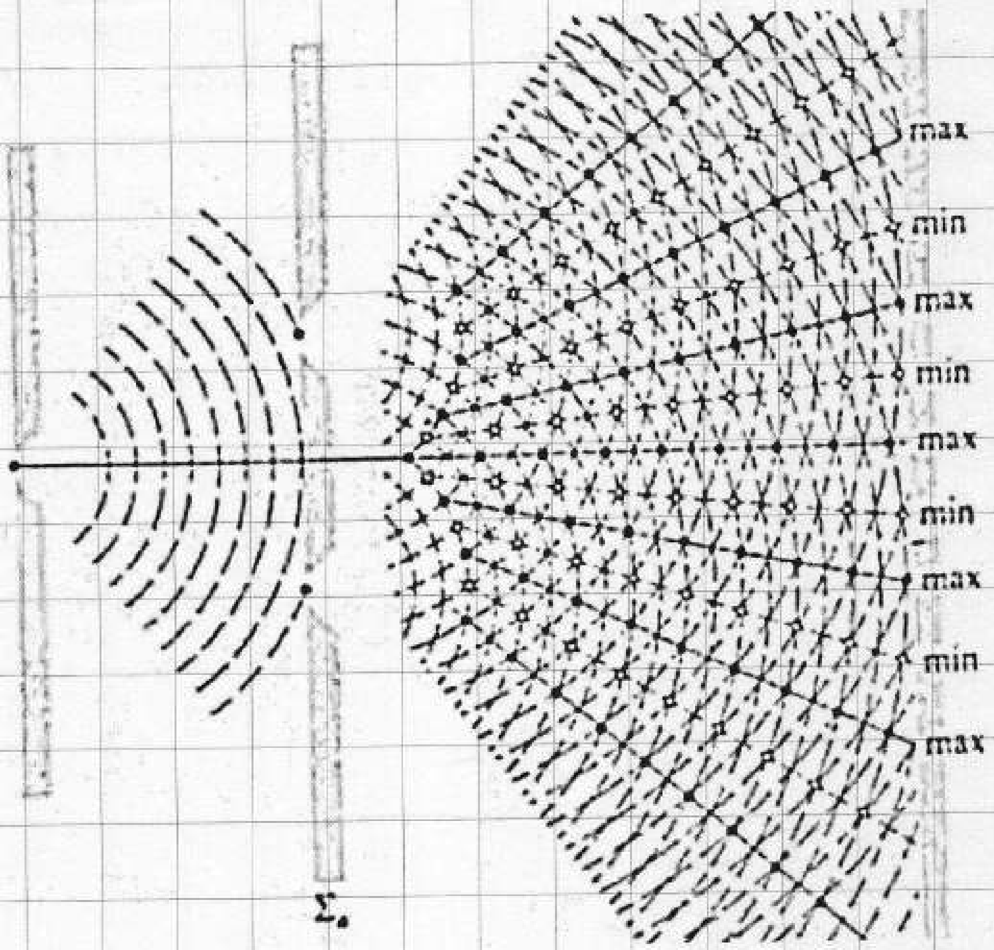
IL PRINCIPIO DI HUYGENS

MISURAZIONE DELL'INTERFERENZA DELLA LUCE

Il dispositivo a doppia fenditura di Young:



La vista dall'alto è :



L 41.8

LEZIONE 48

ONDE STAZIONARIE

Prof. Paolo Allia
51'40''
Interferenza di Young
Onde stazionarie in una corda con estremi fissi
Quantizzazione delle frequenze di oscillazione

(oscillazioni elastiche: le soluzioni trovate avranno validità anche per le onde elettromagnetiche)

Continueremo a parlare di fenomeni di interferenza.
Abbiamo visto come l'interferenza sia realizzabile per sorgenti luminose mediante l'accorgimento di sdoppiare in qualche modo la luce che proviene da un'unica sorgente.
Con un dispositivo a doppia fenditura dovremmo essere in grado di osservare fenomeni di interferenza per la luce visibile.

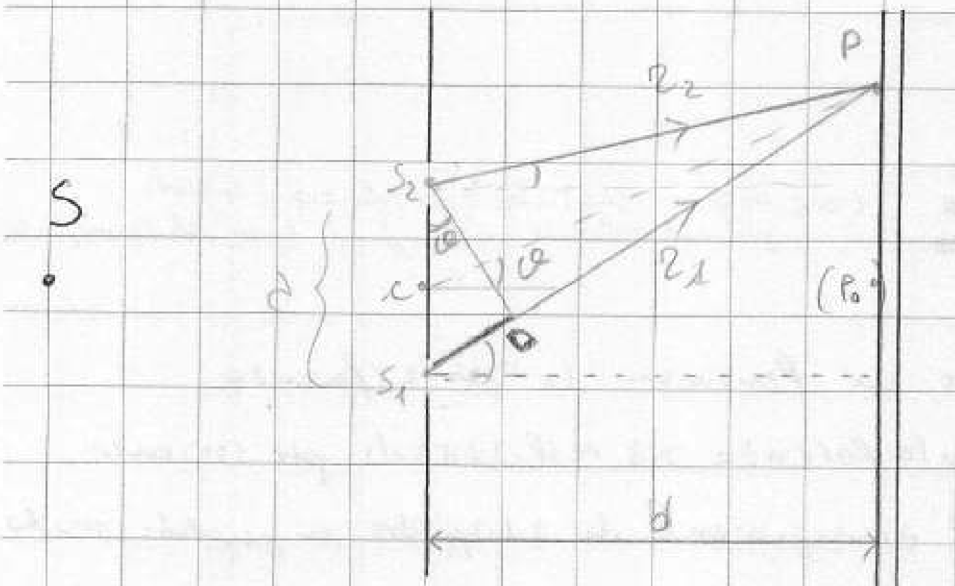
INTERFERENZA DI YOUNG

(2 SORGENTI e N SORGENTI COERENTI "IN FASE")

I fenomeni di interferenza di Young sono fenomeni osservabili con dispositivi a doppia fenditura in determinate condizioni sperimentali

Sorgente S molto lontana dal dispositivo a doppia fenditura.
Sia δ la distanza fra le fenditure e d la distanza fra il dispositivo e lo schermo terminale.
La distanza di S è tale che le onde in prossimità del dispositivo si possono considerare parallele ad esso; i raggi provenienti dalla sorgente S, perpendicolari al fronte

d'onda, sono tutti paralleli tra di loro.



La luce che arriva in P da S_1 e da S_2 arriva da due distanze diverse: $r_2 < r_1$ per un fattore D; $\overline{S_1 D}$ è in seconda approssimazione pari ad $a \sin\vartheta$

Se D è molto grande, i raggi da S_1 e S_2 verso P si possono considerare paralleli

$$\overline{S_1 D} = a \sin\vartheta$$

$$r_1 - r_2 = a \sin\vartheta$$

Il campo complessivo visto nel punto P come sovrapposizione delle onde luminose che provengono da S_1 e da S_2 è dato da somme vettoriali, perché i campi elettrici sono dei vettori, ma si può dimostrare che le direzioni spaziali di questi vettori sono molto prossime tra di loro e al limite coincidenti quando d è molto grande rispetto ad a quindi la somma vettoriale si riduce ad una somma scalare e trattiamo i campi come degli scalari.

$$E_1 = \underbrace{E_{01}}_{\text{ampiezza di campo.}} \sin(\omega t - k r_1)$$

^ l'argomento è scritto in questo modo, e rappresenta comunque un'onda.

$$E_2 = E_{02} \sin(\omega t - k r_2)$$ con:

$$\omega = 2\pi \underset{\text{freq}}{\nu} = \frac{2\pi}{\underset{\text{periodo}}{T}}$$

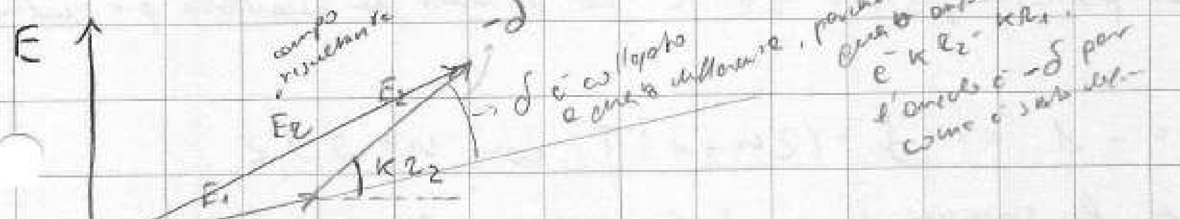
$$K = \frac{2\pi}{\underset{\text{lunghezza d'onda}}{\lambda}}$$

Il campo somma di $E_1 + E_2$ nel punto P è effettivamente somma di due componenti sinusoidali sfasate l'una rispetto all'altra e il fattore di fase è Kr_1 in un caso e Kr_2 nell'altro caso, con $Kr_1 \neq Kr_2$.

Sia δ lo sfasamento:

$$\delta = K(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) \quad \text{sfasamento}$$

Dobbiamo ora calcolare $E_1 + E_2$, con interesse al modulo del campo risultante. Useremo la "costruzione dei vettori rotanti", dovuta a ... .



vettore rappresentativo della componente E_1. Il modulo di questo vettore è E_{01}. Rappresenta la posizione della componente E_1 ad un dato tempo e l'angolo è scelto uguale a Kr_1.
Questa è una fotografia ad un dato istante del sistema. Al variare del tempo il vettore ruota con perno nell'origine, descrivendo un intero giro in un periodo temporale

Il campo complessivo è $E_1 + E_2$: anche per E_2 usiamo una tale rappresentazione vettoriale e, dovendo fare la somma, possiamo usare la regola del parallelogramma. Collochiamo il punto di applicazione di E_2 sulla punta di E_1

PER UN TEOREMA DELLA TRIGONOMETRIA PIANA ELEMENTARE

$$E_2 = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta}$$

se $\delta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$ Teorema di Pitagora

Il vettore E_R, che è l'ampiezza del campo elettrico totale visto in P dipende in modo essenziale dallo sfasamento δ tra le onde che provengono a P da S_2 e da S_1. Queste onde in genere non sono in fase tra di loro, anche se sono in fase quando vengono emesse e questo perché l'onda che proviene in P da S_2 procede nello spazio attraversando una distanza che è comunque diversa dalla distanza percorsa dall'onda in P che proviene da S_1.

Se sono in fase all'inizio, è facile che alla fine non lo siano più.

(cosa ci aspettiamo:)

$$-1 \leq \cos\delta \leq 1$$

Se $\cos\delta = 1 \Rightarrow \delta = 2n\pi$, con $n = 0, 1, 2, \ldots$
allora il campo complessivo E_R è la somma dei quadrati più qualcosa.

Se $\cos\delta = -1 \Rightarrow \delta = (2n+1)\pi$, con $n = 0, 1, 2, \ldots$
allora E_R è la somma dei quadrati meno qualcosa.

Allora mi aspetto che l'ampiezza risultante sia funzione di δ, ma lo sfasamento δ è:

$$\delta = k(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2)$$

e $r_1 - r_2 = a \sin\vartheta$ quindi mi aspetto che al variare di ϑ e quindi della posizione P sullo schermo, varia δ e quindi anche il campo complessivo ricevuto sullo schermo, sovrapposizione dei campi che provengono dall'una e dall'altra fenditura allo stesso tempo.

Le condizioni possono essere riscritte proprio in termini delle grandezze a e ϑ:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\vartheta = 2n\pi \quad \left(\begin{matrix}\text{max illuminazione corrisponde} \\ \text{a } \cos\delta = 1\end{matrix}\right)$$

I massimi corrispondono a: $(\cos\delta = 1)$

"onde in fase"

$$a \sin\vartheta = \underbrace{n\lambda}_{\text{un numero intero di lunghezze d'onda}} \quad \text{con } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Il minimo di illuminazione: $(\cos\delta = -1)$

onde in "opposizione di fase"

$$a \sin\vartheta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{con } n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

CHIAVE DI COMPRENSIONE DEL DISCORSO:

Sul punto P generico "piovono" raggi di luce, onde elettromagnetiche, che provengono da due sorgenti diverse nello spazio ed esse (onde) viaggiano con la stessa velocità, ma percorrono tratti diversi. Questo significa che se partono in fase arrivano sfasate, in generale.

Nel caso in cui arrivino in fase ci si aspetta che la somma delle due onde sia qualcosa di grande e sappiamo quale angolo ϑ dà questo risultato.

C'è poi la possibilità di sapere per quali valori di ϑ i punti nello schermo arrivano in opposizione di fase.

Nel punto P_0 sullo schermo in corrispondenza del centro della fenditura i raggi di luce che arrivano dalle fenditure percorrono

tragitto simmetrico e quindi in P_0 le onde si sovrappongono, arrivano in fase poiché percorrono la stessa distanza.
Il punto P_0 corrisponde a $\vartheta = 0$, soluzione di
$a \sin\vartheta = 0$, essendo $n = 0$.

Nel caso in cui $E_{01} = E_{02}$ abbiamo:

INTERFERENZA DI DUE SORGENTI COERENTI

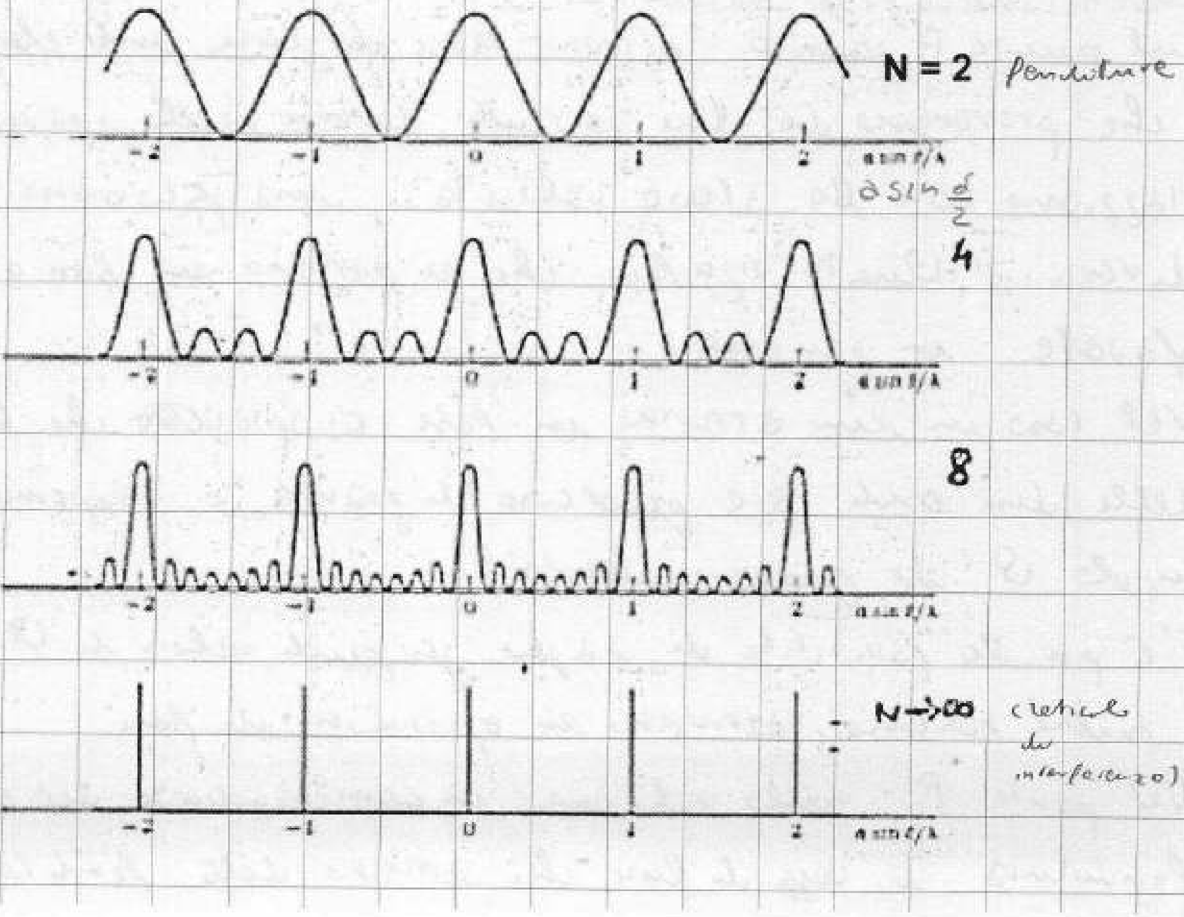
$$E_R = \sqrt{E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\delta}$$

$$E_R = 2E_0\cos\frac{\delta}{2}$$

$$I = E_R^2 = 4E_0^2\cos^2\frac{\delta}{2}$$

↳ intensità luminosa

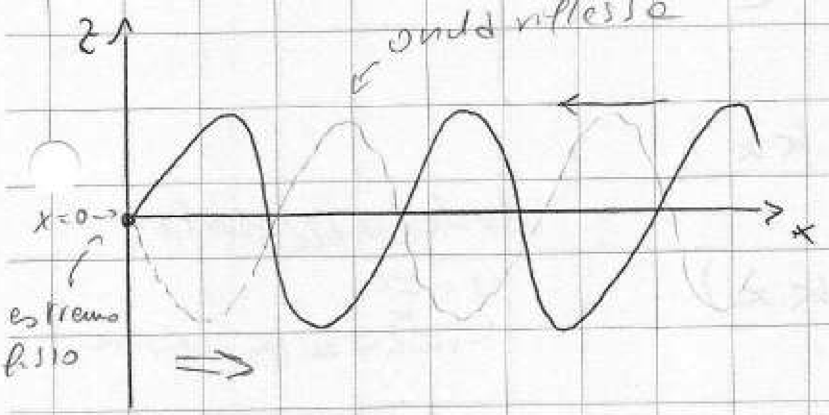
è definito positivo ed eccetto dove $\frac{\delta}{2}$ è multiplo di $\frac{\pi}{2}$, per cui è 0.



L'INTERFERENZA DI DUE ONDE CHE PROCEDONO LUNGO LA STESSA DIREZIONE, IN VERSO OPPOSTO, CON LA STESSA FREQUENZA E LA STESSA AMPIEZZA

È un fenomeno del tutto generale.

Supponiamo di avere un campo di tipo scalare che è definito in una sola dimensione. È un campo di vibrazione longitudinale. Sia A_0 l'ampiezza, quanto è alta la vibrazione.



$$A_1 = A_0 \sin(\omega t + kx)$$

onda regressiva

$$A_2 = A_0' \sin(\omega t - kx)$$

onda progressiva

$$A_R = A_1 + A_2 = A_0 \sin(\omega t + kx) + A_0' \sin(\omega t - kx)$$

Ampiezza risultante

$$\underset{x=0}{A_R(0,t)} = A_0 \sin \omega t + A_0' \sin \omega t = 0$$

$\Rightarrow A_0 = -A_0'$ L'onda riflessa ha la medesima ampiezza dell'onda incidente ed è sfasata di π oppure possiamo dire che l'ampiezza ha il segno meno davanti

Sommando le onde, per ottenere A_R, abbiamo:

$$A_R = A_0 \left[\cancel{\sin \omega t \cos kx} + \cos \omega t \sin kx - \cancel{\sin \omega t \cos kx} + \cos \omega t \sin kx \right]$$ e questa è l'onda risultante.

$$= 2 A_0 \sin kx \cos \omega t$$

ONDE STAZIONARE

$$A_i = A_0 \sin(\omega t + kx)$$
↳ onda incidente

$$A_2 = A_0 \sin(\omega t - kx)$$
↳ onda riflessa

onde viaggianti, $v = \frac{\omega}{k}$
↳ velocità di fase dell'onda

$$A_R = 2 A_0 \underbrace{\text{sen}(kx) \cos(\omega t)}_{}$$
↳ onda risultante

Prodotto della funzione del solo spazio per una funzione del solo tempo (ωt). Sono funzioni di tipo armonico

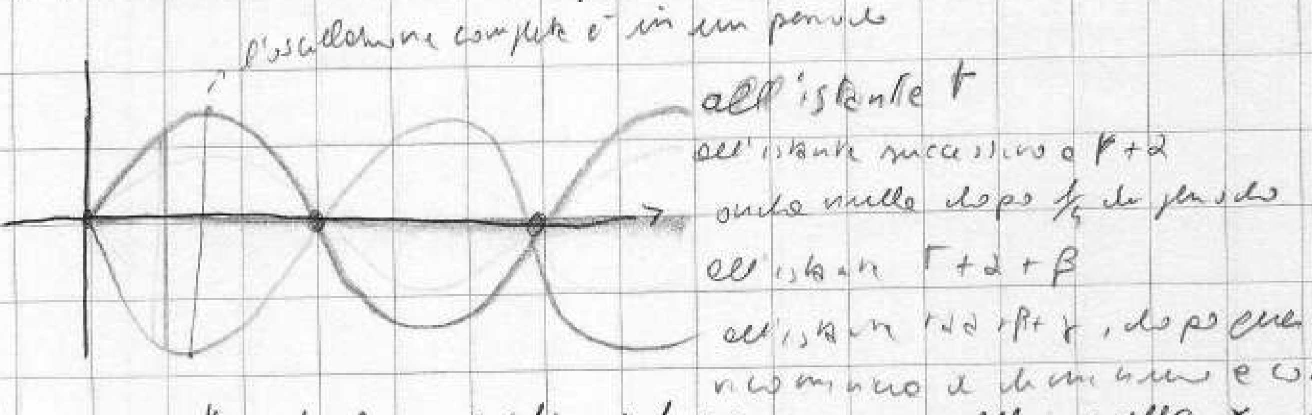
La funzione che rappresenta A_R è armonica ma è un elemento nuovo. L'onda non si propaga e infatti viene chiamata onda stazionaria.

L'ampiezza delle oscillazioni nel tempo dipende dalla posizione x lungo la corda.

Ci sono dei punti, $x = 0$ oppure quelli per cui kx è un multiplo intero di π, per cui il seno vale 0, in cui l'ampiezza è sempre nulla.

In altri dove l'ampiezza è diversa da zero, e dove è massima (kx multiplo intero di $\pi/2$)

Nel tempo il campo oscilla tra il valore massimo positivo e il valore massimo negativo.



Ogni punto della corda, ad eccezione quelli sulla x per i quali il sin(kx)=0, punti detti nodi dell'onda, oscilla nel tempo su e giù, non c'è spostamento di massa nella direzione del moto, ma c'è spostamento di materia se l'onda è su una corda; lo spostamento è trasversale.

L'oscillazione completa è in un periodo.

Non c'è nulla che si propaghi nella direzione della corda

Un'onda viaggiante trasporta energia da un punto all'altro, dello spazio.

Un'onda stazionaria no, un'onda stazionaria conserva l'energia che ha.

La prossima lezione vedremo che succede ponendo condizioni limitative al moto della corda all'estremo destro.

LEZIONE 49

POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

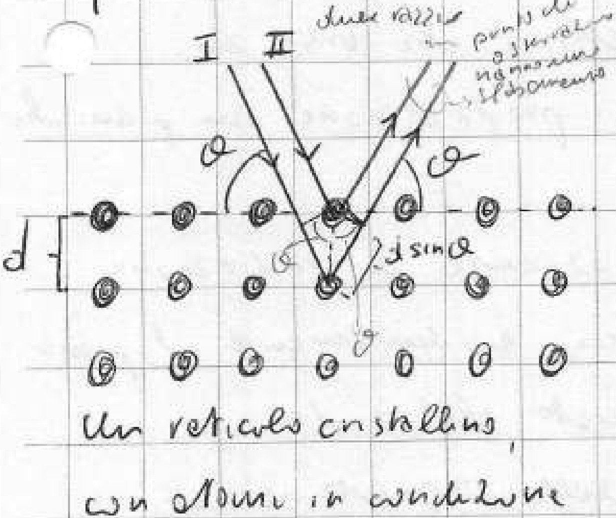
Prof. Paolo Allia
51'04"
Diffusione dei raggi X da parte di un cristallo
Polarizzazione della luce
Onde progressive e trasmissione dei segnali (concetti introduttivi)

DIFFUSIONE DEI RAGGI X

DA PARTE DI UN CRISTALLO

I fenomeni di diffrazione sono più importanti quando la lunghezza d'onda della radiazione incidente sopra un ostacolo ha le dimensioni tipiche laterali dell'ostacolo stesso.

Nel caso di diffrazione da parte di raggi X da parte di cristalli gli elementi diffrangenti sono in realtà i singoli atomi che in un cristallo ideale sono disposti ordinatamente su piani cristallini



Un reticolo cristallino, con atomi in condizione di equilibrio

$d \simeq 3 \cdot 10^{-10}$ m

luce visibile ha frequenza minore

In figura un fenomeno di diffrazione, non in senso stretto, ma più compiuto ed il termine in uso per questo fenomeno è diffusione dei raggi X. 4'30"

L'ostacolo, rappresentato dall'atomo, è attivo e, colpito dal raggio, emette a sua volta radiazione.

Il raggio I ha una percorrenza maggiore quantificabile in $2d\sin\vartheta$.

Perché ci sia interferenza costruttiva occorre che $2d\sin\vartheta = n\lambda$, ovvero n volte la lunghezza d'onda della radiazione incidente e questo corrisponde alla condizione di Bragg.

CONDIZIONE DI BRAGG

$$2\cdot \underset{\substack{\downarrow \\ \text{distanza interplanare}}}{d}\,\sin\vartheta = n\cdot\lambda \qquad \text{USATA PER CALCOLARE LE DISTANZE FRA PIANI CRISTALLINI } d$$

$\hookrightarrow n = 0, 1, 2, 3 \ldots$

FINE DIFFUSIONE E DIFFRAZIONE

POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

(Le onde nelle corde sono polarizzate)

Un'onda elettromagnetica è connotata da una direzione di propagazione, che è la direzione di propagazione dell'energia associata all'onda e da un campo elettrico che vibra in modo perpendicolare alla direzione di propagazione su piani che contengono la direzione stessa.

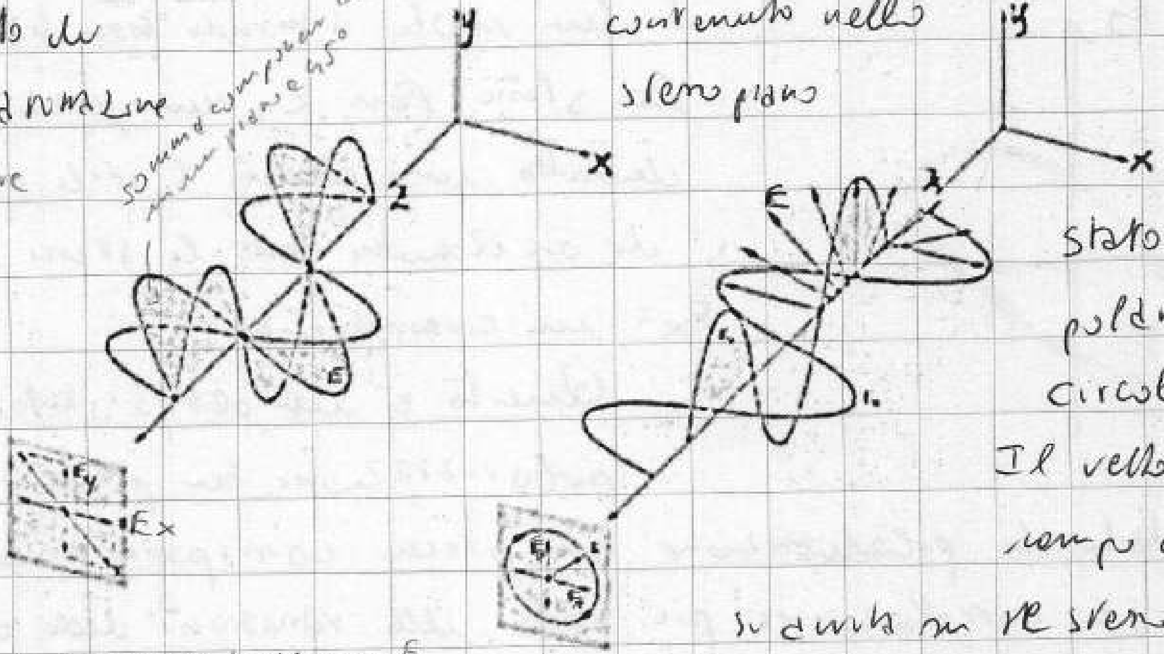
Quando la luce è emessa da una sorgente di radiazione incoerente, una lampadina, il sole ecc, evidentemente il piano di vibrazione del campo elettrico* associato all'onda elettromagnetica complessiva emessa dalla sorgente è in realtà aleatorio, cioè cambia nel tempo in modo casuale istante per istante.

La luce è quindi non polarizzata.

Esistono diversi stati di polarizzazione della luce ovvero

L 49.2 * si riferisce a quello già considerato e che ha effetto sulla materia. Il campo magnetico è ⊥ a un piano, sempre

esistono degli stati più ordinati di vibrazione del vettore campo elettrico associato all'onda luminosa.
Ci sono stati di polarizzazione lineare (come per la corda vibrante) oppure ci sono stati di polarizzazione circolare.
In figura il comportamento caratteristico del campo elettrico associato ad un onda che si propaga lungo l'asse z.



Il campo E è sempre contenuto nello stesso piano

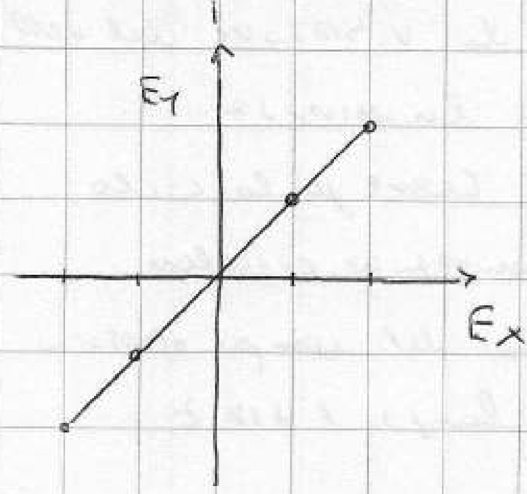
stato di polarizzazione lineare

somma componenti Ex Ey in un piano a 45°

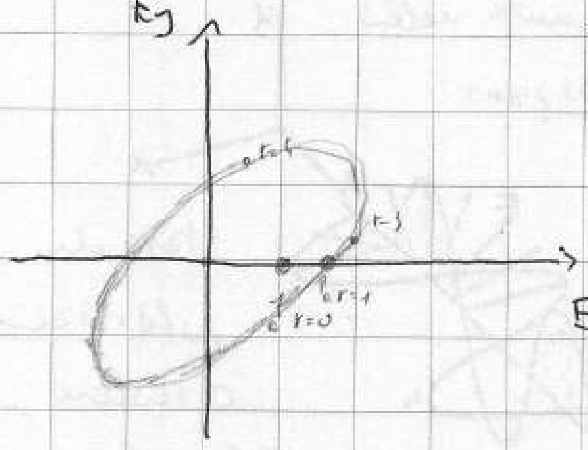
stato di polarizzazione circolare.

Quando la componente del campo E non è casuale, ma ordinata secondo una parametrizzazione e da luogo ad una retta o ad un ellissoide, si si tratta di uno stato polarizzato.

Il vettore campo elettrico si avvita su se stesso e forma una specie di elica; cioè quando le componenti Ex e Ey non vibrano in fase, ma la curva descritta dalla punta del campo E proiettata su un piano è una circonferenza.



Componente sui due moti armonici che si legano ad una retta. Il campo E visto su un piano ben preciso ed è la polarizzazione cosiddetta lineare



I due moti armonici non hanno la stessa fase e viene generalmente descritto un'ellisse (se le ampiezze di oscillazione sono le stesse avremo una circonferenza).
Questo è un altro stato di polarizzazione ben preciso.

Gli stati di polarizzazione ben precisi corrispondono ad un grado di correlazione più alto delle variazioni della componente lungo y e lungo x, che sono due assi perpendicolari alla direzione di propagazione dell'onda che è normale al piano del disegno, grado di correlazione tra le oscillazioni del campo elettrico proiettate lungo x e lungo y

Un raggio di luce che proviene dal sole o dalla lampadina è non polarizzato.
C'è una metodologia per ottenere da uno stato non polarizzato uno stato di maggior ordine per quanto riguarda la direzione di vibrazione del campo elettrico e quindi la polarizzazione.

POLARIZZAZIONE DELLA LUCE

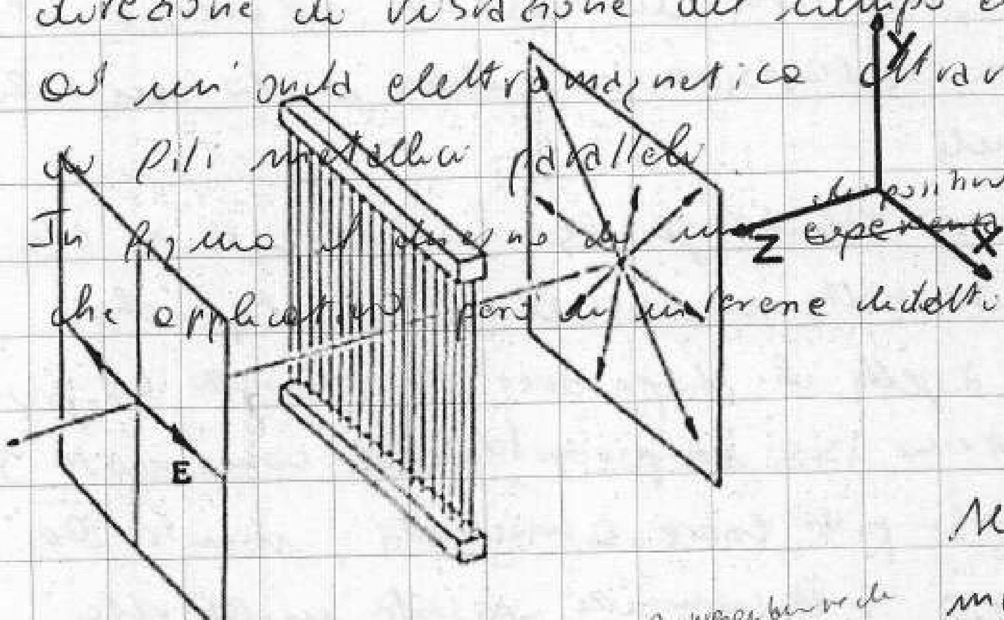
(attraverso l'uso di diversi tipi di sostanze)

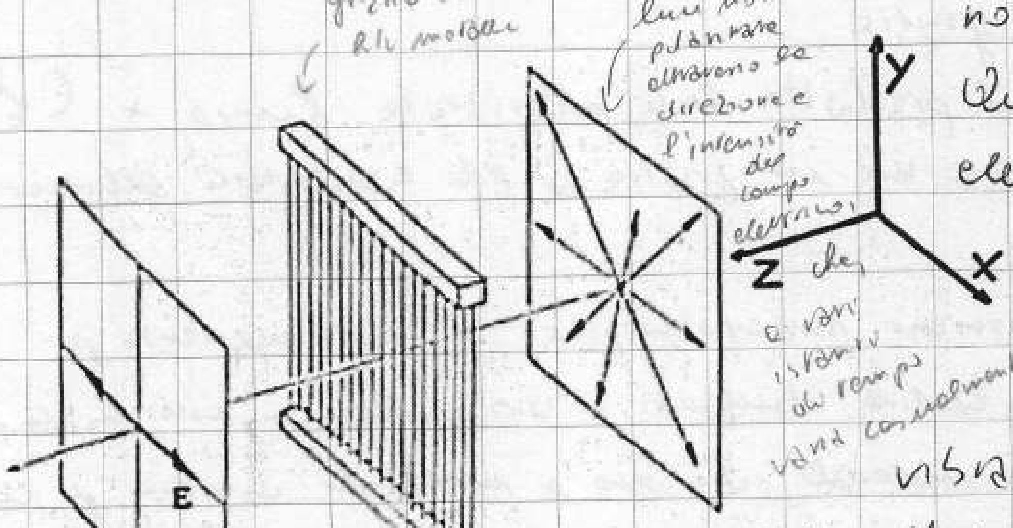
- MEZZI DICROICI (fenomeno del dicroismo)
- MEZZI BIRIFRANGENTI (fenomeno di birifrangenza)
- ALTRI MECCANISMI DI POLARIZZAZIONE (per riflessione e per diffusione)

MEZZI DICROICI

È utile fare riferimento del fenomeno del dicroismo ad un modello molto semplice di alterazione della direzione di vibrazione del campo elettrico associato ad un'onda elettromagnetica attraverso un insieme di fili metallici paralleli.

In figura il disegno di un ~~esperienza~~ dispositivo più concettuale che applicativo, però di interesse didattico :





griglia di fili metallici

rappresentazione di luce non polarizzata attraverso la direzione e l'intensità del campo elettrico, che a vari istanti di tempo varia casualmente

Alla griglia di fili metallici giunge luce non polarizzata. Quando il campo elettromagnetico incontra la griglia. Lo stato di vibrazione istantaneo del vettore campo elettrico complessivo in termini delle componenti del campo lungo x e lungo y.

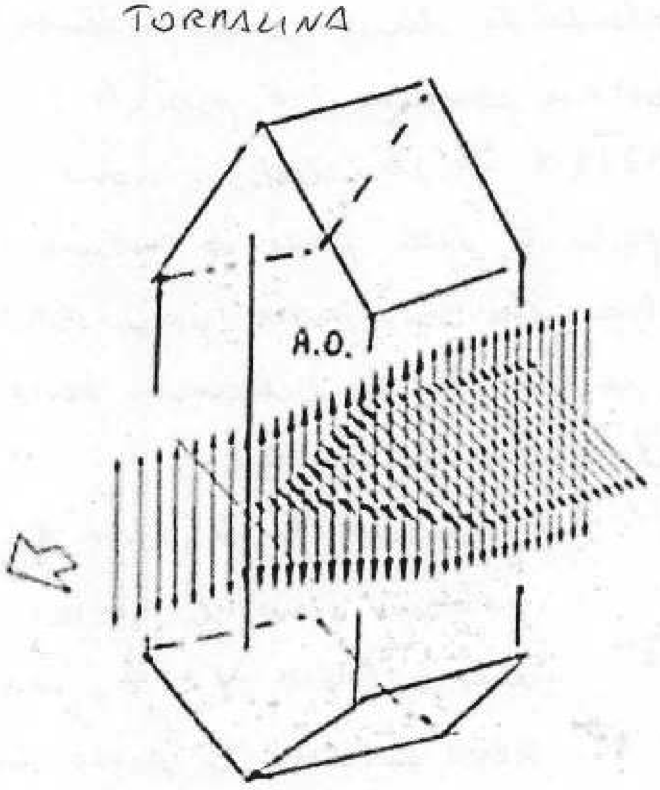
Si considerano dunque le componenti lungo x e lungo y.
la componente lungo y interagisce fortemente con la materia e, in questo caso con i fili metallici perchè mette in oscillazione gli elettroni di conduzione dei fili conduttori e questo significa che parte della potenza associata al campo elettromagnetico e in particolare la potenza associata alle vibrazioni lungo y parallele ai fili viene assorbita dai fili stessi perchè i fenomeni di conduzione sono fenomeni di tipo ohmico, resistivo, dissipativo: l'energia del campo elettromagnetico si trasforma in qualche modo in calore per effetto Joule.
Ma questo non è valido per la componente x che in pratica non mette in oscillazione alcunchè.
Quindi ci si aspetta che dopo aver attraversato la griglia il campo elettrico sia impoverito della componente y che al limite si possa essere annullata, mentre la componente x è praticamente passata inalterata attraverso la griglia.
In questo caso il prodotto luce polarizzata lungo x (),

avendo fatto attraversare una griglia di fili conduttori allineati lungo y
Questo è un fenomeno macroscopico, è una esperienza più concettuale che applicativa, tuttavia ci sono applicazioni così in dispositivi perchè esistono dei materiali che sono i materiali dicroici per cui si verificano esattamente queste condizioni, ovvero sia condizioni di assorbimento selettivo di una componente del campo elettrico piuttosto che un'altra componente. E questo dipende dalla forma

1.43.6

microscopica delle molecole costituenti questo materiale.
Materiali dicroici sono le tormaline, le polaroid (cristalline).

In figura l'assorbimento di radiazione elettromagnetica in modo selettivo di una componente della radiazione elettromagnetica da parte di un cristallo di tormalina.

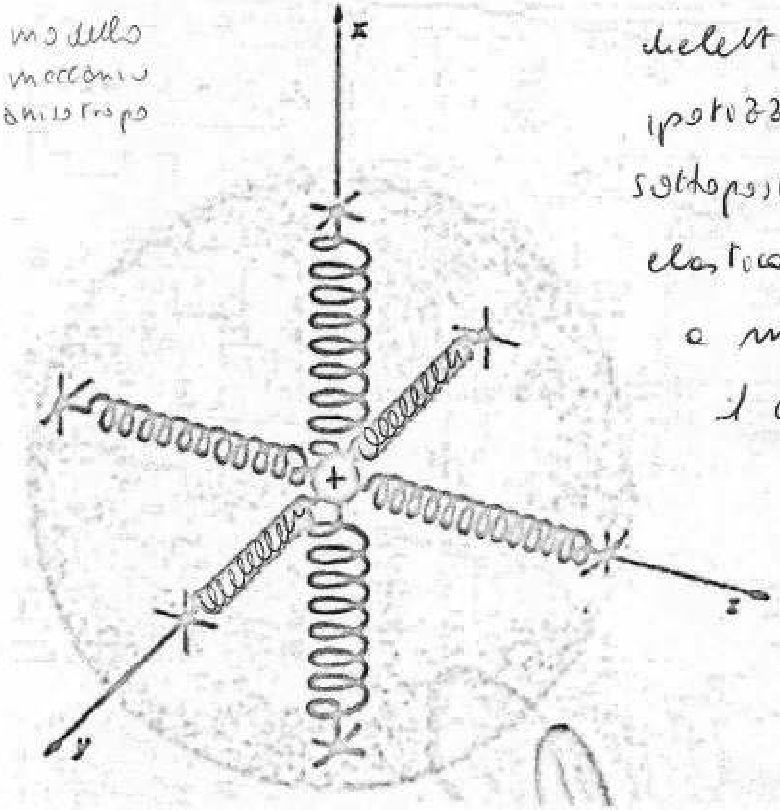


IN USCITA ABBIAMO LUCE POLARIZZATA
SENZA LA COMPONENTE XZ

Due polarizzatori posizionati uno dopo l'altro ruotati di 90° fanno sì che la luce sia quasi completamente estinta. Questi sarebbero due polarizzatori dello microscopio che provocano quasi totale estinzione della radiazione magnetica proveniente da una sorgente.
A differenza dei materiali dicroici in cui è l'assorbimento selettivo che gioca il ruolo dominante nel cambiamento dello stato di polarizzazione della radiazione incidente, i mezzi detti birifrangenti operano secondo un principio assai diverso.
Un mezzo birifrangente è un mezzo in qualche modo

anisotropo. È un mezzo in cui gli elettroni vibrano intorno alla posizione di equilibrio per effetto del campo elettrico associato all'onda incidente in modo diverso, spazialmente diverso.

In figura quello che potrebbe essere un mezzo meccanico anisotropo:


modello meccanico anisotropo

ricordando le lezioni sulla costante dielettrica complessa, è possibile ipotizzare che gli elettroni siano sottoposti a delle forze di natura elastica che sono forze paragonabili a molle che li richiamano verso il centro del nucleo.

Supponiamo che le forze di richiamo siano le stesse lungo l'asse y e z, ma siano diverse le forze di richiamo lungo l'asse x.

La costante elastica delle molle lungo x sia diversa dalla costanti elastiche lungo y e z.

Immaginiamo di far entrare un'onda elettromagnetica in questo cristallo. L'onda avrà una componente del campo elettrico lungo x e lungo y e si propaga lungo z.

Le componenti di E lungo x e y influenzano il moto di elettroni che sono soggetti a delle forze di richiamo che sono di tipo diverso.

Ricordiamo che la costante dielettrica complessa è funzione della differenza in frequenza sussistente tra la frequenza del campo applicato (in questo caso del campo associato all'onda elettromagnetica) e la frequenza di risonanza degli elettroni.

Questa frequenza di risonanza è legata proprio alla forza di richiamo, all'intensità della forza di richiamo, a quella che per una molla sarebbe la costante elastica della molla stessa.

Quindi ci si aspetta in questo caso che gli atomi abbiano delle frequenze di risonanza diverse lungo x e lungo y.

Ma se le frequenze di risonanza sono diverse e la frequenza del campo applicato è la stessa allora la differenza tra la frequenza del campo applicato e quella di risonanza sarà diversa nei due casi.

Essendo quindi dei valori lievemente diversi per la costante dielettrica misurata lungo x e lungo y significa valori diversi dell'indice di rifrazione che quindi non è più isotropo. Si parlerà di un indice di rifrazione lungo x e uno lungo y e saranno lievemente diversi numericamente.

Indici di rifrazione diversi significa velocità diverse di propagazione, perché l'i. di rifraz. = rapporto tra c e v, vel. luce nel vuoto e ~~luce~~ velocità luce nel mezzo.

Nei mezzi birifrangenti esistono due stati, ovvero due raggi diversi che si propagano nel materiale a velocità diverse. L'onda lungo x non si muove con la stessa velocità che ha l'onda lungo y per effetto della anisotropia delle forze di richiamo elettroniche.

I raggi lungo x e lungo y prendono dei nomi caratteristici nel caso di mezzi birifrangenti: raggio ordinario e raggio straordinario.

La direzione di anisotropia di questi materiali birifrangenti è detta asse ottico. Se l'asse ottico è l'asse x, allora il raggio ordinario è un raggio in cui il vettore $\vec{E}$ vibra in modo perpendicolare al piano formato dall'asse ottico (x) e dalla direzione di propagazione (z)

In questo caso il raggio ordinario vibrerebbe lungo y.

Il raggio corrispondente al campo che vibra lungo la direzione x quindi la direzione che giace in un piano comprendente l'asse ottico e la direzione di propagazione viene chiamato stranamente raggio straordinario.

Raggio ordinario e raggio straordinario viaggiano con velocità diverse e hanno indici di rifrazione diversi, come sotto riportato.

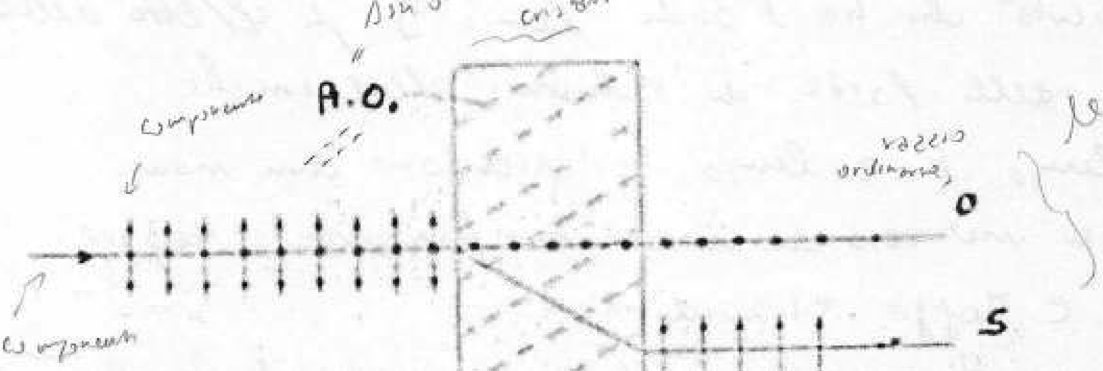
Per il raggio straordinario:

$$n_s = \frac{c}{v_s} = \frac{\lambda}{\lambda_s} \Rightarrow k_s = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_s$$

Per il raggio ordinario:

$$n_o = \frac{c}{v_o} = \frac{\lambda}{\lambda_o} \Rightarrow k_o = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot n_o$$

Ci si aspetta uno sfasamento di un raggio rispetto all'altro.



le onde escono sfasate - ~~Ha~~ La vibrazione di $\vec{E}$ complessiva è diversa da quella di partenza - La polarizzazione non sarà rettilinea, ma circolare o ellittica

L.49.10

ALTRI MEZZI DI POLARIZZAZIONE

- Per riflessione. La luce riflessa è parzialmente polarizzata in un piano.

- Per diffusione. La luce diffusa da atomi o da molecole emerge parzialmente polarizzata. Ad. es. il cielo azzurro è una luce diffusa dagli strati dell'atmosfera.

LEZIONE 50

INTRODUZIONE ALLA FISICA MODERNA

Prof. Paolo Allia
48'18''

STRUTTURA DELLA MATERIA ATTRAVERSO UN FORMALISMO DI MECCANICA QUANTISTICA